

## پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۴

می دانیم  $\log_b^a = c \rightarrow b^c = a$  و  $\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}}$  است.

$$\begin{cases} \log E_1 = 11,8 + 1,5M_1 \\ \log E_2 = 11,8 + 1,5M_2 \end{cases} \rightarrow \log E_2 - \log E_1 = 1,5M_2 - 1,5M_1$$

$$\rightarrow \log \frac{E_2}{E_1} = 1,5(M_2 - M_1)$$

$$M_2 - M_1 \geq 4 \rightarrow \log \frac{E_2}{E_1} \geq 1,5 \times 4 \rightarrow \log \frac{E_2}{E_1} \geq 6 \rightarrow \frac{E_2}{E_1} \geq 10^6$$

۲ - گزینه ۱

می دانیم  $\log_k^{a^n} = n \log_k^a$  است.

$$f(n) = 100 - 90 \left( 2^{-0,4n} \right) = 70 \rightarrow 100 - 70 = 90 \left( 2^{-0,4n} \right)$$

$$\rightarrow 30 = 90 \left( 2^{-0,4n} \right) \rightarrow 2^{-0,4n} = \frac{1}{3} \rightarrow 2^{-0,4n} = 3^{-1}$$

$$\xrightarrow{\text{لگاریتم در مبنای ۲}} \log_2^{2^{-0,4n}} = \log_2^{3^{-1}} \rightarrow -0,4n = -1 \log_2^3$$

$$\rightarrow -0,4n = -1 \times 1,6 \rightarrow -0,4n = -1,6 \rightarrow n = 4$$

۳ - گزینه ۲ اندازه تودهٔ باکتری پس از  $t$  ساعت به صورت زیر محاسبه می شود.

$$P(t) = 50 \times 2^{\frac{1}{4}t} \rightarrow P(t) = 50 \times 2^{4t}$$

$$12800 = 50 \times 2^{4t} \rightarrow 2^{4t} = \frac{12800}{50} \rightarrow 2^{4t} = 256 \rightarrow 2^{4t} = 2^8 \rightarrow 4t = 8 \rightarrow t = 2$$
 ساعت

۴ - گزینه ۲ می دانیم  $\log_k^{a^n} = n \log_k^a$  و  $\log^{\frac{a}{b}} = \log_k^a - \log_k^b$  و  $\log_k^{ab} = \log_k^a + \log_k^b$  است.

$$E = 2,5 \times 10^{18} \rightarrow \log(2,5 \times 10^{18}) = 11,8 + 1,5M$$

$$\rightarrow \log 2,5 + \log 10^{18} = 11,8 + 1,5M \rightarrow \log\left(\frac{5}{2}\right) + 18 = 11,8 + 1,5M$$

$$\rightarrow (\log 5 - 2 \log 2) + 18 = 11,8 + 1,5M \rightarrow 1 - 2(0,3) + 18 = 11,8 + 1,5M$$

$$\rightarrow 18,4 - 11,8 = 1,5M \rightarrow 6,6 = 1,5M \rightarrow M = 4,4$$

۵ - گزینه ۲ می دانیم  $\log_b^a = c \rightarrow a = b^c$  است.

$$M_1 = 3,6 \Rightarrow \log E_1 = 11,8 + 1,5 \times 3,6 = 17,2 \Rightarrow \log E_1 = 17,2 \Rightarrow E_1 = 10^{17,2}$$

$$M_2 = 3,2 \Rightarrow \log E_2 = 11,8 + 1,5 \times 3,2 = 16,6 \Rightarrow \log E_2 = 16,6 \Rightarrow E_2 = 10^{16,6}$$

$$\text{پس: } \frac{E_1}{E_2} = \frac{10^{17,2}}{10^{16,6}} = 10^{0,6} = 10^{\frac{6}{10}} = 10^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{10^3}$$

۶ - گزینه ۳ می دانیم  $\log_b^a = c \rightarrow b^c = a$  و  $\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}}$  است.

$$\begin{cases} A \text{ شهر: } \log E_A = 11,8 + 1,5M_1 \rightarrow \log E_A = 11,8 + 1,5(6) \rightarrow \log E_A = 20,8 \\ B \text{ شهر: } \log E_B = 11,8 + 1,5M_2 \rightarrow \log E_B = 11,8 + 1,5(4,7) \rightarrow \log E_B = 18,85 \end{cases}$$

$$\rightarrow \log E_A - \log E_B = 2.08 - 1.885 \rightarrow \log \frac{E_A}{E_B} = 1.95 \rightarrow \frac{E_A}{E_B} = 10^{1.95} \simeq 90$$

۷ - گزینه ۳ می‌دانیم  $\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}}$  است.  
با توجه به اطلاعات سؤال، فرض می‌کنیم که  $E_1 = 25E_2$  است.

$$\begin{cases} \log E_1 = 1.8 + 1.5M_1 \\ \log E_2 = 1.8 + 1.5M_2 \end{cases}$$

روابط را از هم کم می‌کنیم.

$$\rightarrow \log E_1 - \log E_2 = 1.5M_1 - 1.5M_2$$

$$\Rightarrow \log \frac{E_1}{E_2} = 1.5(M_1 - M_2) \Rightarrow \log 25 = 1.5(M_1 - M_2)$$

$$\Rightarrow \log 5^2 = 1.5(M_1 - M_2) \Rightarrow 2 \log 5 = 1.5(M_1 - M_2)$$

می‌دانیم:  $\log 5 = 1 - \log 2$  لذا داریم:

$$\log 5 \simeq 1 - 0.3 = 0.7$$

$$\Rightarrow 2(0.7) = 1.5(M_1 - M_2) \Rightarrow M_1 - M_2 = \frac{1.4}{1.5} = \frac{14}{15}$$

۸ - گزینه ۴ جمعیت ویروس  $B$  پس از ۴ دقیقه دو برابر می‌شود، پس اگر جمعیت اولیه آن  $k$  باشد، جمعیت آن پس از  $t$  دقیقه برابر است با:

$$M_B = k(2)^{\frac{t}{4}}$$

چون جمعیت اولیه  $A$ ، ۹ برابر جمعیت اولیه  $B$  است، پس جمعیت اولیه  $A$  برابر  $9k$  خواهد بود و نیز با گذشت ۵ دقیقه دو برابر می‌شود. پس جمعیت  $A$  پس از  $t$  دقیقه به صورت زیر خواهد بود:

$$M_A = 9k(2)^{\frac{t}{5}}$$

$$\Rightarrow \frac{M_A}{M_B} = \frac{9k(2)^{\frac{t}{5}}}{k(2)^{\frac{t}{4}}} = 9 \times (2)^{\left(\frac{t}{5} - \frac{t}{4}\right)} = 9 \times (2)^{-\frac{t}{20}}$$

$$t = 17 \Rightarrow \frac{M_A}{M_B} = 9 \times (2)^{-\frac{17}{20}} = 9 \times (2)^{-0.85} = \frac{9}{2^{0.85}} \simeq \frac{9}{1.8} = 5$$