

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ یک دور کامل در دایره، ۶۰ دقیقه است. بنابراین عقربه دقیقه‌شمار $\frac{۲}{۳}$ دایره را طی کرده است. دایره کامل ۲π رادیان است. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \text{زاویه دوران عقربه بر حسب رادیان} &= \frac{۲}{۳} \times ۲\pi = \frac{۴\pi}{۳} \text{ rad} \\ r &= \frac{l(\text{طول کمان})}{\theta(\text{بر حسب رادیان})} \\ &= \frac{۶۰}{\frac{۴\pi}{۳}} = \frac{۴۵}{\pi} \text{ (سانتی‌متر)} \end{aligned}$$

۲ - گزینه ۲

$$D = ۹۰^\circ \Rightarrow \frac{۹۰^\circ}{۱۸۰^\circ} = \frac{\theta}{\pi} \Rightarrow \theta = ۵\pi \text{ رادیان} \Rightarrow \ell = r \cdot \theta = ۵\pi \times \frac{۱}{\pi} = ۵$$

چون هر یک ساعت $۲,۵$ متر می‌چرخد، پس در مدت ۲ ساعت ۵ متر می‌چرخد.

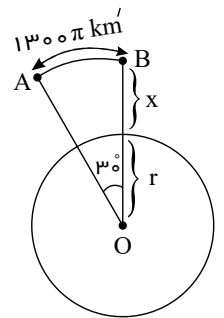
۳ - گزینه ۳ در هر ساعت یعنی ۶۰ دقیقه، عقربه ساعت‌شمار به اندازه $\frac{\pi}{۶}$ رادیان طی می‌کند، پس با یک تناسب داریم:

$$\frac{۶۰ \text{ دقیقه}}{۳۵ \text{ دقیقه}} = \frac{\frac{\pi}{۶} \text{ رادیان}}{x} \Rightarrow x = \frac{۳۵ \times \frac{\pi}{۶}}{۶۰} = \frac{۳۵\pi}{۶ \times ۶۰} = \frac{۷\pi}{۷۲}$$

۴ - گزینه ۱ می‌دانیم ۳۰° معادل $\frac{\pi}{۶}$ رادیان است، پس داریم:

$$\widehat{AB} \text{ طول کمان } \ell = (x + r) \cdot \frac{\pi}{۶} = ۱۳۰۰\pi \Rightarrow x + r = ۶ \times ۱۳۰۰$$

$$\Rightarrow x + ۶۴۰۰ = ۷۸۰۰ \Rightarrow x = ۱۴۰۰ \text{ km}$$



۵ - گزینه ۲ با توجه به شکل زیر داریم:

$$\sin \alpha = \frac{x}{۲۵\sqrt{۲}} \Rightarrow x = ۲۵\sqrt{۲} \sin \alpha, \quad \sin \theta = \frac{y}{۸۰} \Rightarrow y = ۸۰ \sin \theta$$

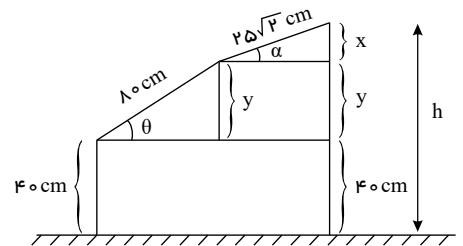
$$h = ۴۰ + x + y = ۴۰ + ۲۵\sqrt{۲} \sin \alpha + ۸۰ \sin \theta$$

$$\Rightarrow h = ۴۰ + ۲۵\sqrt{۲} \sin(-۴۵^\circ) + ۸۰ \sin(0^\circ) = ۴۰ - ۲۵\sqrt{۲} \sin ۴۵^\circ + ۰$$

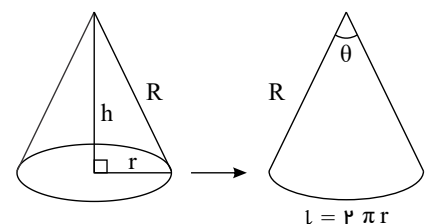
$$\Rightarrow h = ۴۰ - ۲۵\sqrt{۲} \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} = ۴۰ - ۲۵ = ۱۵$$

$$h = ۲\sqrt{۲}r, \quad R^2 = h^2 + r^2$$

$$\Rightarrow R^2 = ۸r^2 + r^2 = ۹r^2 \Rightarrow R = ۳r$$



۶ - گزینه ۲



$$\theta = \frac{\ell}{R} = \frac{2\pi r}{R} = \frac{2\pi r}{3r} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{D}{180} = \frac{\frac{2\pi}{3}}{\pi} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow D = \frac{2 \times 180}{3} = 120^\circ$$