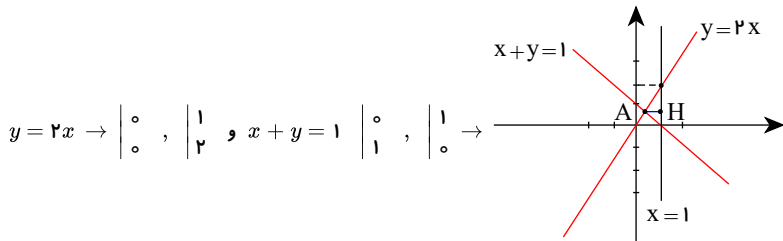


پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ سه خط داده شده را رسم می‌کنیم.

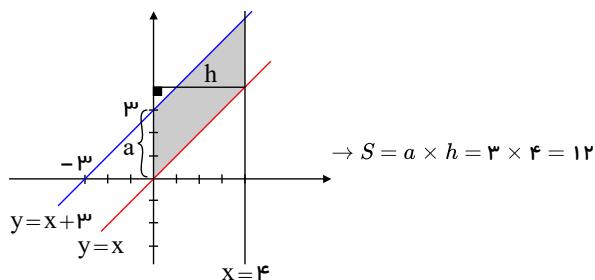


کوچک‌ترین ارتفاع مثلث ABC پاره خط AH می‌باشد که معادله‌اش $y = \frac{2}{3}$ است زیرا اگر با دو خط $y = 2x$ و $x + y = 1$ تشکیل دهیم داریم:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ y = 2x \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1}{3}, y = \frac{2}{3}$$

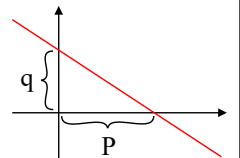
یعنی مختصات نقطه‌ی A به صورت $A(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ است پس معادله‌ی ارتفاع AH به صورت $y = \frac{2}{3}$ است.

۲ - گزینه ۲ بهترین روش برای حل این تست رسم شکل است.



۳ - گزینه ۲ شیب خط مورد نظر را m در نظر گرفته و معادله‌ی خطی را که از نقطه‌ی $(1, 2)$ می‌گذرد را می‌نویسیم.

$$y - 2 = m(x - 1) \Rightarrow y = mx - m + 2$$



حال یک بار به x و یک بار به y صفر می‌دهیم. تا محل برخورد خط با محورهای مختصات را به دست آوریم.

$$x = 0 \rightarrow y = -m + 2 \rightarrow q = 2 - m$$

$$y = 0 \rightarrow 0 = mx - m + 2 \rightarrow x = \frac{m - 2}{m} \rightarrow p = \frac{m - 2}{m}$$

$$S = \frac{1}{2} |pq| \xrightarrow{\text{نتیجه بصورت سوال}} \frac{q}{2} = \frac{1}{2} (2 - m) \left(\frac{m - 2}{m} \right) \rightarrow q = \frac{-(m - 2)^2}{m}$$

$$\rightarrow 9m = -m^2 + 4m - 4 \rightarrow m^2 + 5m + 4 = 0 \rightarrow (m + 1)(m + 4) = 0$$

بنابراین دو خط با این ویژگی وجود دارند که اگر معادلات آنها خواسته شد به صورت زیر می‌باشند:

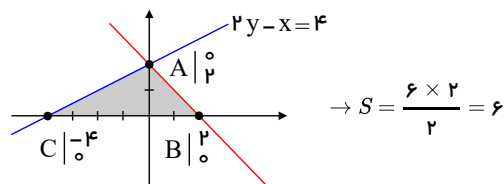
$$m = -1 \rightarrow y = -x + 1 + 2 \rightarrow y = -x + 3$$

$$m = -4 \rightarrow y = -4x + 4 + 2 \rightarrow y = -4x + 6$$

۴ - گزینه ۲ ابتدا محل برخورد این خطوط را با محورهای مختصات پیدا می‌کنیم.

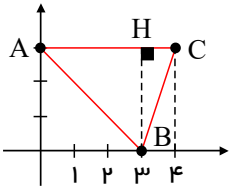
$$y + x = 2 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow y = 2 \\ y = 0 \rightarrow x = 2 \end{cases}, 2y - x = 4 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow y = 2 \\ y = 0 \rightarrow x = -4 \end{cases}$$

سپس با رسم این خطوط، مساحت مثلث را بدست می‌آوریم.



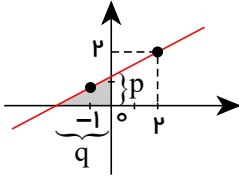
۵ - گزینه ۲

از روی شکل واضح است حتماً محل تلاقی ارتفاع‌ها روی خط $x = 3$ می‌باشد و در گزینه‌ها تنها نقطه‌ای که طولش برابر ۳ می‌باشد گزینه ۲ می‌باشد. البته راه حل کلی این تست این می‌باشد که معادله‌ی دو ارتفاع دلخواه را نوشته و سپس آنها را با هم تلاقی دهیم.



۶ - گزینه ۴

ابتدا معادله‌ی خطی که از دو نقطه‌ی $A \left(-1, \frac{1}{2} \right)$ و $B \left(\frac{2}{3}, 1 \right)$ می‌گذرد را می‌نویسیم.



$$AB: \frac{y - y_A}{x - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \rightarrow \frac{y - 1}{x + 1} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{2}{3} - (-1)} = \frac{1}{3} \rightarrow 3y - 3 = x + 1 \rightarrow 3y = x + 4$$

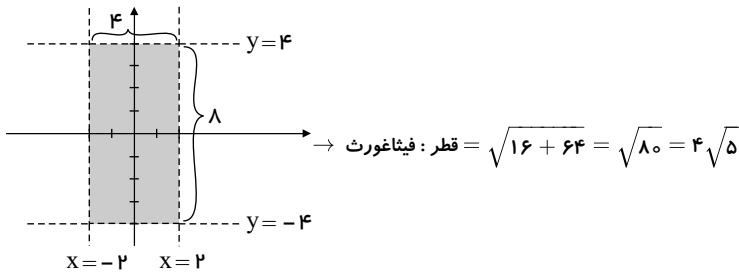
حال عرض از مبدا و طول از مبدا خط را حساب می‌کنیم.

$$x = 0 \rightarrow y = \frac{4}{3} : p, \quad y = 0 \rightarrow x = -4 : q$$

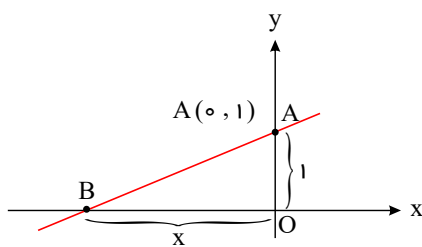
$$S = \frac{1}{2} |pq| = \frac{1}{2} \left| -\frac{16}{3} \right| = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$$

۷ - گزینه ۱

$$|x| = 2 \rightarrow x = \pm 2, \quad |y| = 4 \rightarrow y = \pm 4$$



۸ - گزینه ۲ مثلث مورد نظر به صورت شکل زیر می‌باشد:



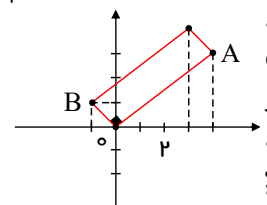
$$\rightarrow S_{AOB} = \frac{x \times 1}{2} = \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6} \rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow B \left(\frac{\sqrt{3}}{3}, 0 \right)$$

$$\begin{cases} A \left(0, \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \\ B \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, 0 \right) \end{cases} \rightarrow \frac{y - y_A}{x - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \rightarrow \frac{y - 1}{x} = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{-\frac{\sqrt{3}}{3} - 0} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \rightarrow y - 1 = \sqrt{3}x \rightarrow y - \sqrt{3}x - 1 = 0 \xrightarrow{\times \sqrt{3}} \sqrt{3}y - 3x - \sqrt{3} = 0$$

۹ - گزینه ۲ ابتدا مستطیل را رسم می‌کنیم.

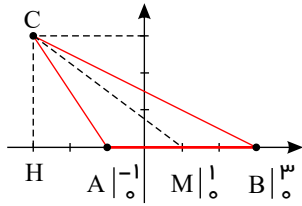
$$\rightarrow OA = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} \quad \text{و} \quad OB = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$\text{مساحت مستطیل} = \text{عرض} \times \text{طول} = \sqrt{18} \times \sqrt{2} = 6$$



۱۰ - گزینه ۴ اگر خط به معادله‌ی $2y + x = 3$ را با محور x تلاقی دهیم مختصات رأس دیگر مثلث بدست می‌آید.

$$\begin{cases} \mathfrak{P}y + x = \mathfrak{P} \\ y = \circ \end{cases} \rightarrow x = \mathfrak{P}$$



بنابراین نقاط $A \begin{vmatrix} -1 \\ 0 \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} 3 \\ 0 \end{vmatrix}$ دو رأس این مثلث هستند.

$$S_{\Delta_{ABC}} = \frac{CH \times AB}{2} \rightarrow \textcolor{red}{\text{f}} = \frac{CH \times \textcolor{red}{\text{f}}}{2} \rightarrow CH = \textcolor{red}{\text{v}}$$

چون اندازه پاره خط CH برابر ۳ می باشد بنابراین عرض رأس C برابر ۳ است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{r}y + x = \mathfrak{r} \\ y = \mathfrak{r} \end{array} \right. \rightarrow x = -\mathfrak{r} \rightarrow C \left| \begin{array}{l} -\mathfrak{r} \\ \mathfrak{r} \end{array} \right.$$

$$CM = \sqrt{(-3-1)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$