پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۴ ابتدا باید نامعادله را حل کنیم سپس اشتراک مجموعه جواب این نا معادله با بازه‌ی $(۱,۳)$ را محاسبه کنیم.

$$|x^۲ - ۴/۰۱| < ۰/۴ \rightarrow -۰/۴ < x^۲ - ۴/۰۱ < ۰/۴ \rightarrow ۳/۶۱ < x^۲ < ۴/۴۱ \Rightarrow ۱/۹ < |x| < ۲/۱ \quad I$$

چون بازه‌ی $(۱,۳)$ مثبت است پس مجموعه جواب I به‌صورت $۱/۹ < x < ۲/۱$ مورد قبول است که اشتراک آن‌ها به‌صورت $(۱/۹, ۲/۱)$ است یا به عبارتی:

$$۱/۹ < x < ۲/۱ \rightarrow -۰/۱ < x - ۲ < ۰/۱ \Rightarrow |x - ۲| < ۰/۱$$

۲ - گزینه ۱

ابتدا دامنه‌ی تابع یعنی $|x - ۱| < ۲$ را باز می‌کنیم، سپس داریم:

$$|x - ۱| < ۲ \Rightarrow (x - ۱)^۲ < ۴ \Rightarrow x^۲ - ۲x + ۱ < ۴ \Rightarrow x^۲ - ۲x - ۳ < ۰$$

۳ - گزینه ۱

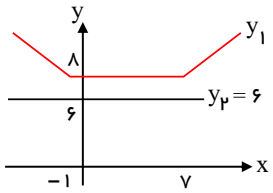
$$|۲x - ۳| < x \Rightarrow -x < ۲x - ۳ < x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲x - ۳ < x \Rightarrow x < ۳ \\ -x < ۲x - ۳ \Rightarrow ۳ < ۳x \Rightarrow ۱ < x \end{cases} \Rightarrow ۱ < x < ۳ \Rightarrow -۱ < x - ۲ < ۱ \Rightarrow |x - ۲| < ۱$$

۴ - گزینه ۱

به نمودار دو تابع $y_۱ = |x + ۱| + |x - ۷|$ و $y_۲ = ۶$ دقت کنید:

همان طور که مشاهده می شود همواره $y_۱ > y_۲$ است.



۵ - گزینه ۲

دامنه این عبارت $x \neq \frac{۳}{۲}$ می باشد.

$$\left|\frac{x + ۲}{۲x - ۳}\right| > ۱ \Rightarrow |x + ۲| > |۲x - ۳| \Rightarrow \text{به توان ۲ می رسانیم} \Rightarrow x^۲ + ۴x + ۴ > ۴x^۲ - ۱۲x + ۹$$

$$\Rightarrow ۳x^۲ - ۱۶x + ۵ < ۰ \Rightarrow \frac{۱}{۳} < x < ۵ \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{۵ + \frac{۱}{۳}}{۲} = \frac{۸}{۳} \\ r = \frac{۵ - \frac{۱}{۳}}{۲} = \frac{۷}{۳} \end{cases} \rightarrow |x - \text{مرکز}| < \text{شعاع}$$

$$\Rightarrow \left|x - \frac{۸}{۳}\right| < \frac{۷}{۳} \Rightarrow |۳x - ۸| < ۷$$

البته $x = \frac{۳}{۲}$ باید از مجموعه ی جواب حذف شود که در صورت سؤال ذکر شده است.

۶ - گزینه ۴

روش اول:

$$۲x + ۱ - |x - ۲| > \underbrace{|x^۲ + ۱|}_{+} \rightarrow ۲x + ۱ - |x - ۲| > x^۲ + ۱$$

$$x \geq ۲ : ۲x + ۱ - (x - ۲) > x^۲ + ۱ \rightarrow ۲x + ۱ - x + ۲ > x^۲ + ۱ \rightarrow x^۲ - x - ۲ < ۰ \rightarrow (x - ۲)(x + ۱) < ۰$$

$$\xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -۱ < x < ۲ \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} \varnothing \quad (I)$$

$$x < ۲ : ۲x + ۱ - (-x + ۲) > x^۲ + ۱ \rightarrow ۲x + ۱ + x - ۲ > x^۲ + ۱ \rightarrow x^۲ - ۳x + ۲ < ۰ \rightarrow (x - ۱)(x - ۲) < ۰$$

$$\xrightarrow{\text{تعیین علامت}} ۱ < x < ۲ \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} ۱ < x < ۲ \quad (II)$$

از اجتماع جواب‌های I و II به جواب $۱ < x < ۲$ یا $x \in (۱,۲)$ می‌رسیم.

روش دوم:

در نامعادله‌ی داده شده به جای x، عدد صفر قرار می‌دهیم.

$$x = ۰ \rightarrow ۰ + ۱ - ۲ > ۱ \rightarrow -۱ > ۱$$

به نتیجه‌ی غلطی رسیدیم، پس گزینه‌های ۱و۲و۳ که همگی شامل صفر هستند حذف می‌شوند و گزینه‌ی چهارم، جواب صحیح است.

۷ - گزینه ۲

ریشه‌های داخل قدرمطلق‌ها $x=-۲$ و $x=\frac{۱}{۲}$ هستند.

x	$-\infty$		-۲		$\frac{۱}{۲}$		$+\infty$
$۲x-۱$		$-$		$-$	۰	$+$	
$x+۲$		$-$	۰	$+$		$+$	

$$x<-۲ \Rightarrow -۲x+۱-x-۲=۳ \Rightarrow -۳x=۴ \Rightarrow x=-\frac{۴}{۳} \text{ غ ق ق}$$

$$-۲\le x\le \frac{۱}{۲} \Rightarrow -۲x+۱+x+۲=۳ \Rightarrow -x=۰ \Rightarrow x=۰ \text{ ق ق}$$

$$x>\frac{۱}{۲} \Rightarrow ۲x-۱+x+۲=۳ \Rightarrow ۳x=۲ \Rightarrow x=\frac{۲}{۳} \text{ ق ق}$$

$$\text{مجموع جواب‌ها} = ۰+\frac{۲}{۳}=\frac{۲}{۳}$$

۸ - گزینه ۲ روش اول :

قدرمطلق را تعیین علامت می‌کنیم:

$$x\ge ۲ \Rightarrow x^۲-۲x<x-۲ \Rightarrow x^۲-۳x+۲<۰ \Rightarrow (x-۱)(x-۲)<۰$$
$$\xrightarrow{\text{تعیین علامت}} ۱<x<۲ \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} \varnothing \quad (I)$$
$$x<۲ \Rightarrow x^۲-۲x<-x+۲ \Rightarrow x^۲-x-۲<۰ \Rightarrow (x-۲)(x+۱)<۰$$
$$\xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -۱<x<۲ \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} -۱<x<۲ \quad (II)$$
$$(I)\cup(II): -۱<x<۲$$

روش دوم:

نامعادله را به روش عددگذاری حل می‌کنیم.

$x=۰ \xrightarrow{\text{نامعادله}} ۰<۲$ **درست است(گزینه‌های ۳ و ۴ حذف می‌شوند)**

$x=۱ \xrightarrow{\text{نامعادله}} -۱<۱$ **درست است (گزینه‌ی ۱ حذف می‌شود)**

۹ - گزینه ۳ داخل قدرمطلق را تعیین علامت می‌کنیم.

$$x\ge ۰ \to x+x\le \frac{۱}{۲}x+۳ \to ۲x\le \frac{۱}{۲}x+۳ \to ۴x\le x+۶$$
$$\to ۳x\le ۶ \to x\le ۲ \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} ۰\le x\le ۲ (I)$$

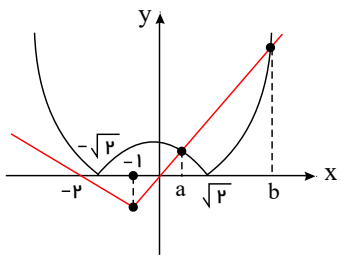
$$x<۰ \to x-x\le \frac{۱}{۲}x+۳ \to ۰\le \frac{۱}{۲}x+۳ \to ۰\le x+۶$$
$$\to x\ge -۶ \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} -۶\le x<۰ \quad (II)$$

از اجتماع جواب‌های I و II به جواب $-۶\le x\le ۲$ یا $x\in[-۶,۲]$ می‌رسیم.

۱۰ - گزینه ۳ طبق نمودار در بازه‌ی (a,b) این نامساوی برقرار است و a در بازه‌ی $(۰,\sqrt{۲})$ و b در بازه‌ی $(\sqrt{۲},+\infty)$ قرار دارد.

$$a:\ x=۲-x^۲ \Rightarrow x^۲+x-۲=۰ \to \begin{cases} x=-۲ \text{ غ ق ق} \\ x=۱ \end{cases}$$
$$b:\ x=x^۲-۲ \Rightarrow x^۲-x-۲=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=-۱ \text{ غ ق ق} \\ x=۲ \end{cases}$$

$$(a,b)=(۱,۲) \to m=\frac{۱+۲}{۲}=\frac{۳}{۲}$$



۱۱ - گزینه ۴

$$\begin{cases} |x|<۲ \Rightarrow -۲<x<۲ \quad (۱) \\ (۲x-۱)<|x| \Rightarrow \begin{cases} x\ge ۰: ۲x-۱<x \Rightarrow x<۱ \xrightarrow{\cap x\ge ۰} ۰\le x<۱ \\ x<۰: ۲x-۱<-x \Rightarrow ۲x<۱ \Rightarrow x<\frac{۱}{۳} \xrightarrow{\cap x<۰} x<۰ \end{cases} \Rightarrow x<۱ \quad (۲) \end{cases}$$

از روابط ۱ و۲ داریم: $-۲<x<۱$

۱۲ - گزینه ۱

$$|x-۲| = \begin{cases} x-۲ & x \geq ۲ \\ -(x-۲) & x < ۲ \end{cases} \Rightarrow x^۲ < |x-۲| \Rightarrow \begin{cases} x^۲ < x-۲ & x \geq ۲ \\ x^۲ < -x+۲ & x < ۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^۲ - x + ۲ < ۰ & x \geq ۲ \to \Delta < ۰ \ , \ a > ۰ \ \text{غ.ق.ق} \\ x^۲ + x - ۲ < ۰ & x < ۲ \to (x+۲)(x-۱) < ۰ \Rightarrow -۲ < x < ۱ \xrightarrow{x<۲} x \in (-۲ \ , \ ۱) \end{cases}$$

۱۳ - گزینه ۴

غیرقابل قبول چون در شرط $x \leq ۰$ صدق نمی کند : $x \leq ۰ \Rightarrow -۲x - x + ۲ = ۳x - ۲ \Rightarrow -۶x = -۴ \Rightarrow x = \frac{۲}{۳}$

قابل قبول : $۰ \leq x \leq ۲ \Rightarrow ۲x - x + ۲ = ۳x - ۲ \Rightarrow -۲x = -۴ \Rightarrow x = ۲$

به ازای هر $۲ < x$ این رابطه برقرار است : $۲ < x \Rightarrow ۲x + x - ۲ = ۳x - ۲ \Rightarrow ۰ = ۰$

بنابراین معادله بی‌شمار جواب دارد.

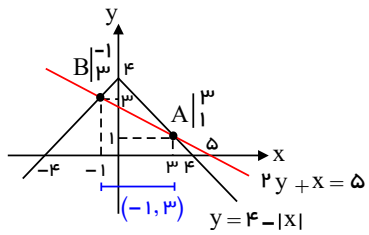
۱۴ - گزینه ۴

		۱		۵	
$x-۵$	−		−	۰	+
$x-۱$	−	۰	+		+
p	+	۰	−	۰	+

$$x \geq ۰ \Rightarrow x^۲ - ۴x < ۲x - ۵$$
$$\Rightarrow x^۲ - ۶x + ۵ < ۰ \Rightarrow (x-۱)(x-۵) < ۰ \Rightarrow x \in (۱,۵)$$
$$x < ۰ \Rightarrow -x^۲ + ۴x < ۲x - ۵ \Rightarrow x^۲ - ۲x - ۵ > ۰ \xrightarrow{x<۰} x \in (-\infty, ۱ - \sqrt{۶})$$

مجموعه جواب : $x \in (-\infty, ۱ - \sqrt{۶}) \cup (۱,۵)$

۱۵ - گزینه ۲ روش اول: با توجه به نمودار دو تابع، منحنی تابع $y = ۴ - |x|$ در بازه‌ی $(-۱,۳)$ از خط $۲y + x = ۵$ بالاتر قرار دارد، پس گزینه‌ی (۲) پاسخ صحیح تست می‌باشد . توجه داشته باشید که طول محل‌های تلاقی دو منحنی از حل کردن معادله‌ی تلاقی، به صورت زیر به دست آمده است:



$$\begin{cases} y = ۴ - |x| \\ y = \frac{۵-x}{۲} \end{cases} \Rightarrow ۴ - |x| = \frac{۵-x}{۲}$$

$$\Rightarrow ۸ - ۲|x| = ۵ - x \begin{cases} \xrightarrow{x \geq ۰} ۸ - ۲x = ۵ - x \Rightarrow x = ۳ \\ \xrightarrow{x<۰} ۸ + ۲x = ۵ - x \Rightarrow x = -۱ \end{cases}$$

روش دوم: با حل نامعادله‌ی زیر، محدوده‌ی جواب را به عنوان بازه‌ی مورد نظر تست در نظر گرفته و طول بازه را به دست می‌آوریم:

$$۴ - |x| > \frac{۵-x}{۲} \xrightarrow{\text{طرفین ضرب در}(+۲)} ۸ - ۲|x| > ۵ - x$$

الف) $x \geq ۰ \Rightarrow ۸ - ۲x > ۵ - x \Rightarrow x < ۳$

$x \geq ۰ \cap x < ۳ \Rightarrow ۰ \leq x < ۳$

ب) $x < ۰ \Rightarrow ۸ + ۲x > ۵ - x \Rightarrow x > -۱$

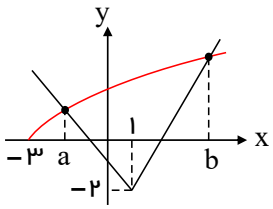
$x < ۰ \cap x > -۱ \Rightarrow -۱ < x < ۰$

بزرگترین مجموعه جواب، اجتماع دو بازه‌ی $[۰,۳)$ و $(-۱,۰)$ ، یعنی بازه‌ی $(-۱,۳)$ است بنابراین $b - a = ۳ - (-۱) = ۴$ است.

۱۶ - گزینه ۴

$$\begin{cases} |x^۲ - ۲x| \geq ۰ \\ x > |x^۲ - ۲x| \end{cases} \Longrightarrow x > ۰ \to |x|\,|x-۲| < x \xrightarrow{x>۰} |x-۲| < ۱ \Rightarrow ۱ < x < ۳$$

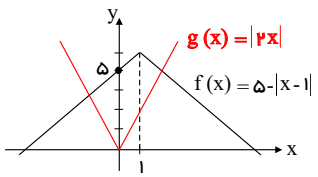
۱۷ - گزینه ۳ نمودارهای دو تابع $y = \sqrt{x+۳}$ و $f(x) = |x-۱| - ۲$ را رسم می‌کنیم. باتوجه به شکل a محل تلاقی شاخه‌ی منفی $f(x)$ با تابع y و b محل تلاقی شاخه‌ی مثبت $f(x)$ با تابع y است.



$$\sqrt{x+۳} = -x - ۱ \xrightarrow{\text{توان دو}} x + ۳ = x^۲ + ۲x + ۱$$
$$\to x^۲ + x - ۲ = ۰ \to (x+۲)(x-۱) = ۰ \to a = -۲$$
$$\sqrt{x+۳} = x - ۳ \to x + ۳ = x^۲ - ۶x + ۹ \to x^۲ - ۷x + ۶ = ۰$$
$$\to (x-۱)(x-۶) = ۰ \to b = ۶ \to b - a = ۶ + ۲ = ۸$$

۱۸ - گزینه ۳

باتوجه به نمودارهای دو تابع f و g، یک نقطه تقاطع مثبت (که عددی بزرگتر از ۱ است.) و یک نقطه تقاطع منفی وجود دارد که آنها را به دست می آوریم:



$$f(x) = g(x) \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{x>۱} ۵ - (x-۱) = ۲x \Rightarrow ۳x = ۶ \Rightarrow x = ۲ \\ \xrightarrow{x<۰} ۵ + (x-۱) = -۲x \Rightarrow ۳x = -۴ \Rightarrow x = -\frac{۴}{۳} \end{cases}$$

باتوجه به نمودار، در بازه $(-\frac{۴}{۳}, ۲)$ نمودار تابع f بالاتر از نمودار تابع g قرار دارد.

۱۹ - گزینه ۳ برای این منظور باید نامعادله‌ی $-x^۲ - \frac{۱}{۲}x + \frac{۹}{۲} > ۲x + |x|$ را حل می‌کنیم.

$$x \geq ۰ \to -x^۲ - \frac{۱}{۲}x + \frac{۹}{۲} > ۲x + x \to x^۲ + \frac{۷}{۲}x - \frac{۹}{۲} < ۰$$

$\to$

x	$-\infty$		$-\frac{۹}{۲}$		۱		$+\infty$
عبارت < ۰		$+$	۰	$-$	۰	$+$	

$$\to \frac{-۹}{۲} < x < ۱ \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} ۰ \leq x < ۱ \qquad (I)$$

$$x < ۰ \to -x^۲ - \frac{۱}{۲}x + \frac{۹}{۲} > ۲x - x \to x^۲ + \frac{۳}{۲}x - \frac{۹}{۲} < ۰$$

$\to$

x	$-\infty$		-۳		$\frac{۳}{۲}$		$+\infty$
عبارت < ۰		$+$	۰	$-$	۰	$+$	

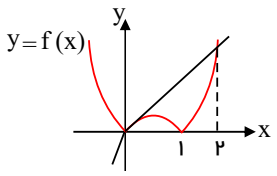
$$\to -۳ < x < \frac{۳}{۲} \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} -۳ < x < ۰ \qquad (II)$$

از اجتماع I و II به جواب $-۳ < x < ۱$ می‌رسیم که طول نقطه‌ی وسط بازه $\frac{-۳+۱}{۲} = -۱$ است.

۲۰ - گزینه ۲

هر یک از نمودارهای دو تابع $f(x) = |x^۲ - x|$, $g(x) = ۲x - |x|$ را رسم می‌کنیم در بازه $(۰, ۲)$ مقادیر $f(x) < g(x)$ است.

$$g(x) = \begin{cases} x & x \geq ۰ \\ ۳x & x < ۰ \end{cases}$$



۲۱ - گزینه ۳ برای حل نامعادلهٔ $|A| < B$ باید نامعادلهٔ $-B < A < B$ را حل کنیم.

$$|x^۲ - ۴x| < ۲x + ۱ \to -۲x - ۱ < x^۲ - ۴x < ۲x + ۱$$

$$I: \ -۲x - ۱ < x^۲ - ۴x \to x^۲ - ۲x + ۱ > ۰ \to (x-۱)^۲ > ۰ \to x \in \mathbb{R} - \{۱\} \quad (I)$$

$$II: \ x^۲ - ۴x < ۲x + ۱ \to x^۲ - ۶x - ۱ < ۰ \to (x-۳)^۲ - ۹ - ۱ < ۰ \to (x-۳)^۲ < ۱۰$$

$$\to -\sqrt{۱۰} < x - ۳ < \sqrt{۱۰} \to ۳ - \sqrt{۱۰} < x < ۳ + \sqrt{۱۰} \quad (II)$$

$$I \cap II \to x \in \left(۳ - \sqrt{۱۰}, ۳ + \sqrt{۱۰}\right) - \{۱\} \to \begin{cases} a = ۳ - \sqrt{۱۰} \\ b = ۳ + \sqrt{۱۰} \\ c = ۱ \end{cases}$$

پس: $b - a + c = ۳ + \sqrt{۱۰} - ۳ + \sqrt{۱۰} + ۱ = ۲\sqrt{۱۰} + ۱$

۲۲ - گزینه ۲ طبق صورت سؤال باید نامعادلهٔ $f(x) < ۱$ را حل کنیم.

$$\left|\frac{x^۲ - ۳x + ۲}{x^۲ + ۴x + ۳}\right| < ۱ \to \frac{|x^۲ - ۳x + ۲|}{|x^۲ + ۴x + ۳|} < ۱ \to |x^۲ - ۳x + ۲| < |x^۲ + ۴x + ۳|$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} (x^۲ - ۳x + ۲)^۲ < (x^۲ + ۴x + ۳)^۲ \to (x^۲ - ۳x + ۲)^۲ - (x^۲ + ۴x + ۳)^۲ < ۰$$

$$\xrightarrow{\text{مزدوج}} \Big((x^۲ - ۳x + ۲) + (x^۲ + ۴x + ۳)\Big)\Big((x^۲ - ۳x + ۲) - (x^۲ + ۴x + ۳)\Big) < ۰$$

$$\to \underbrace{(۲x^۲ + x + ۵)}_{\substack{\text{همواره مثبت} \\ a>۰\,,\,\Delta<۰}}(-۷x - ۱) < ۰ \to -۷x - ۱ < ۰ \to -۷x < ۱ \to x > \frac{-۱}{۷} \to x \in (-\frac{۱}{۷}, +\infty)$$

پس کم‌ترین مقدار a برابر $-\frac{۱}{۷}$ است.

۲۳ - گزینه ۱

نکته: $|u| = -u \Rightarrow u \le ۰$ نکته: $|a+b| = |a| + |b| \Rightarrow a \cdot b \ge ۰$

$$|x^۲ + ۴x - ۶۰| = ۶۰ - ۴x - x^۲ = -(x^۲ + ۴x - ۶۰) \Rightarrow x^۲ + ۴x - ۶۰ \le ۰$$
$$\Rightarrow (x+۱۰)(x-۶) \le ۰ \Rightarrow -۱۰ \le x \le ۶ \quad (۱)$$

با توجه به نامساوی مثلثی داریم:

$$|a+b| \le |a| + |b|$$
$$a = x + ۱۰ \ , \ b = x - ۶ \Rightarrow |x + ۱۰ + x - ۶| \le |x + ۱۰| + |x - ۶|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |۲x + ۴| \le |x + ۱۰| + |x - ۶| \\ |۲x + ۴| \ge |x + ۱۰| + |x - ۶| \end{cases} \Rightarrow |x + ۱۰| + |x - ۶| = |۲x + ۴|$$

$$\Rightarrow |a| + |b| = |a + b| \Rightarrow ab \ge ۰ \Rightarrow (x + ۱۰)(x - ۶) \ge ۰ \Rightarrow x \le -۱۰ \text{ یا } x \ge ۶ \quad (۲)$$
$$(۱) \cap (۲) \Rightarrow x = -۱۰ \ , \ x = ۶$$

۲۴ - گزینه ۲ نکته: اگر $|u| = -u$ آن‌گاه $u \le ۰$ است.

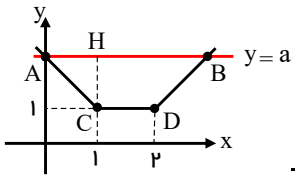
$$|x^۲ - (۱ + a)x + a| = -(x^۲ - (۱ + a)x + a) \Rightarrow x^۲ - (a + ۱)x + a \le ۰$$
$$\Rightarrow x^۲ - x - ax + a \le ۰ \Rightarrow x(x - ۱) - a(x - ۱) \le ۰ \Rightarrow (x - ۱)(x - a) \le ۰ \quad (۱)$$
$$a = ۱ \overset{(۱)}{\Rightarrow} (x - ۱)^۲ \le ۰ \Rightarrow (x - ۱)^۲ = ۰ \Rightarrow x = ۱$$
$$a < ۱ \overset{(۱)}{\Rightarrow} a \le x \le ۱$$
$$a > ۱ \overset{(۱)}{\Rightarrow} ۱ \le x \le a$$

با توجه به این که جواب معادله بازه‌ای به‌طول ۳ می‌باشد، داریم:

$$\left.\begin{array}{l} x \in [a, ۱] \Rightarrow \text{طول بازه} = ۱ - a = ۳ \Rightarrow a = -۲ \\ x \in [۱, a] \Rightarrow \text{طول بازه} = a - ۱ = ۳ \Rightarrow a = ۴ \end{array}\right\} \Rightarrow -۲ + ۴ = ۲$$

۲۵ - گزینه ۲ ابتدا نمودار $y = |x - ۱| + |x - ۲|$ را رسم می‌کنیم.

$$\begin{cases} ۳ - ۲x & ; \quad x \le ۱ \\ ۱ & ; \quad ۱ < x < ۲ \\ ۲x - ۳ & ; \quad x \ge ۲ \end{cases}$$



چون $y = a$ نمودار را در دو نقطه قطع می‌کند، پس $a > ۱$ است.

$$\begin{cases} y = a \\ y = ۳ - ۲x \end{cases} \Rightarrow a = ۳ - ۲x \Rightarrow x_A = \frac{۳ - a}{۲} \text{ و } \begin{cases} y = a \\ y = ۲x - ۳ \end{cases} \Rightarrow a = ۲x - ۳ \Rightarrow x_B = \frac{a + ۳}{۲}$$
$$S_{ABDC} = \frac{۱}{۲}(AB + CD) \cdot CH = \frac{۱}{۲}((\frac{a + ۳}{۲} - \frac{۳ - a}{۲}) + ۱)(a - ۱)$$
$$= \frac{۱}{۲}(a + ۱)(a - ۱) = ۴ \Rightarrow a^۲ - ۱ = ۸ \Rightarrow a^۲ = ۹ \xrightarrow{a>۱} a = ۳$$

۲۶ - گزینه ۲ راه اول: اگر $x \in (۰, ۱)$ باشد، رابطهٔ $|x - ۱| = ۱ - x$ برقراراست، پس داریم:

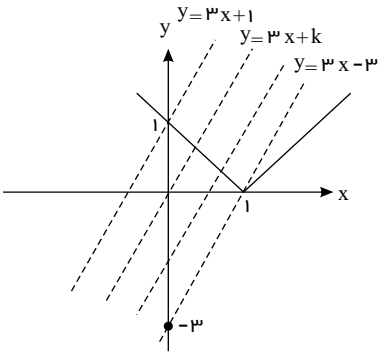
$$۱ - x = ۳x + k \Rightarrow x = \frac{۱ - k}{۴}$$

جواب به‌دست آمده باید متعلق به بازهٔ $(۰, ۱)$ باشد، یعنی $x = \frac{۱ - k}{۴} \in (۰, ۱)$ باشد:

$$\Rightarrow ۰ < \frac{۱ - k}{۴} < ۱ \Rightarrow ۰ < ۱ - k < ۴ \Rightarrow -۳ < k < ۱$$

راه دوم: ابتدا نمودار $y = |x - ۱|$ و $y = ۳x + k$ را به ازای مقادیر مختلف k رسم می‌کنیم. ملاحظه می‌کنید که به ازای $k = ۱$ جواب معادله $x = ۰$ و به‌ازای $k = -۳$ جواب معادله $x = ۱$ می‌باشد، بنابراین اگر $-۳ < k < ۱$ جواب معادله متعلق به بازهٔ $(۰, ۱)$ خواهد بود.

به شکل زیر توجه کنید:



۲۷ - گزینه ۲ راه اول: می‌دانیم زمانی معادله‌ی $|a|+|b|=|a-b|$ برقرار است که $ab \le ۰$ باشد. بنابراین باتوجه به این که :

$$\underbrace{(x^۲+۳x+۵)}_{a}-\underbrace{(۲x+۹)}_{b}=x^۲+x-۴$$

داریم:

$$(x^۲+۳x+۵)(۲x+۹)\le ۰$$

عبارت $x^۲+۳x+۵$ همواره مثبت است $(\Delta<۰, a>۰)$ ، بنابراین:

$$۲x+۹\le ۰ \Rightarrow x\le \frac{-۹}{۲}$$

پس اعداد صحیح $-۱, -۲, -۳$ و -۴ را شامل نمی‌شود.

راه دوم: داخل قدر مطلق دومی را در -۱ ضرب می‌کنیم آنگاه داریم:

$$\left|x^۲+۳x+۵\right|+|-۲x-۹|=\left|x^۲+x-۴\right|$$

چون $|a|+|b|=|a+b|$ می‌باشد پس باید $a\cdot b\ge ۰$

$$(x^۲+۳x+۵)\cdot(-۲x-۹)\ge ۰ \xrightarrow[\text{همواره مثبت است}]{x^۲+۳x+۵>۰} (-۲x-۹)\ge ۰ \to x\le -\frac{۹}{۲}$$