

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۴

$$\frac{15^{-۴} \div 5^{-۴}}{3^5} = \frac{\left(\frac{15}{5}\right)^{-۴}}{3^5} = \frac{3^{-۴}}{3^5} = 3^{-۴-5} = 3^{-۹}$$

۲ - گزینه ۱

$$(-3^۲ + 3^{-۲}) \div 3^۲ = (-9 + \frac{1}{9}) \div 9 = \left(\frac{-81 + 1}{9}\right) \div 9 = -\frac{80}{9} \times \frac{1}{9} = \frac{-80}{81}$$

۳ - گزینه ۱

$$\left(\frac{1}{۴} - \frac{1}{۹}\right)^{-۱} \times \left(\frac{5}{۶}\right)^۲ \times 3 \times 10^{-۹} = \left(\frac{5}{۳۶}\right)^{-۱} \times \frac{۲۵}{۳۶} \times 3 \times 10^{-۹}$$

$$= 15 \times 10^{-۹} = 1,5 \times 10^{-۸}$$

۴ - گزینه ۴

$$\frac{15^{-۴} \div 5^{-۴}}{3^5} = \frac{3^{-۴}}{3^5} = 3^{-۴-5} = 3^{-۹}$$

۵ - گزینه ۴

به عنوان مثال عدد $10^{۲۰}$ را در نظر می گیریم:

$$\sqrt{10^{۲۰}} = 10^{۱۰}$$

که $10^{۱۰}$ عددی یازده رقمی است.

۶ - گزینه ۱ بین توان ها (ب.م.م) می گیریم.

$$(600, 200, 400, 800) = 200$$

$$\Rightarrow 3^{600} = (3^2)^{300} = 27^{300} > 26^{300}$$

$$5^{400} = (5^2)^{200} = 25^{200}, 2^{800} = (2^4)^{200} = 16^{200}$$

$$\Rightarrow 27^{300} > 26^{300} > 25^{200} > 16^{200}$$

$$\Rightarrow 3^{600} > 26^{300} > 5^{400} > 2^{800}$$

۷ - گزینه ۴

$$\text{الف)} 0,0047 \times 10^3 = 4,7 \times 10^{-3} \times 10^3 = 4,7$$

$$\text{ب)} \left(\frac{-1}{5}\right)^{-۴} = (-5)^4 = 5^4$$

$$\text{ج)} \left(\frac{3}{5}\right)^0 = 1$$

$$\text{د)} 3,75 \times 10^{-2} = 0,0375$$

۸ - گزینه ۲

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} = (-2)^3 = -8$$

۹ - گزینه ۴

$$\frac{1 - 10}{\left[\frac{16}{3} \times \frac{۲۷}{8}\right] + (-3)} = \frac{-9}{(2 \times 9) - 3} = \frac{-9}{18 - 3} = \frac{-9}{15} = -\frac{3}{5}$$

۱۰ - گزینه ۳ چون عدد گزینه ی ۱ بین صفر و یک پس هرچه توان بیشتر باشد کوچکتر است (رد گزینه ی ۱) $\frac{1}{36} = ۳^{-۲}$ که با $-\frac{2}{6}$ برابر نیست (رد گزینه ی ۲). جواب رادیکال هیچ گاه منفی

نمی شود (رد گزینه ۴) پس تنها گزینه ی ۳ صحیح است.

۱۱ - گزینه ۲

$$2^{-105} + 2^{۷5} \times 2^{-۹0} \div 2^{۹0} = 2^{-105} + 2^{۷5-۹0-۹0} = 2^{-105} + 2^{-105} = 2 \times 2^{-105} = 2^{-104}$$

۱۲ - گزینه ۱

$$(-2)^{-15} = -2^{-15} \div 2 = -2^{-15} \times 2^{-1} = -2^{-15-1} = -2^{-16}$$

۱۳ - گزینه ۳

$$(3^3)^{-1} \times 3^6 \times \frac{1}{3^2} = 3^{-3} \times 3^6 \times \frac{1}{3^2} = 3^1 \times \frac{1}{3^2} = \frac{1}{3}$$

۱۴ - گزینه ۱

$$A = (514 \times 10^9 - 14 \times 10^9) \div (5 \times 10^9) \\ = (500 \times 10^9) \div (5 \times 10^9) = \frac{500 \times 10^9}{5 \times 10^9} = \frac{10^2 \times 10^9}{10^9} = \frac{10^{11}}{10^9} = 10^2$$

۱۵ - گزینه ۱

$$27^{2x-1} \times 27^{7b} = (3^3)^{2x-1} \times 27^0 = 3^{6x-3} \\ = \frac{3^{6x}}{3^3} = \frac{(3^2)^6}{3^3} = \frac{2^6}{3^3} = \frac{64}{27}$$

۱۶ - گزینه ۳

$$\left[\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3} \right)^{-1} \div \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4} \right) \right]^{-1} \\ = \left[\left(\frac{3}{15} + \frac{5}{15} \right)^{-1} \div \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{4} \right) \right]^{-1} = \left[\left(\frac{8}{15} \right)^{-1} \div \left(\frac{4}{36} - \frac{9}{36} \right) \right]^{-1} \\ = \left(\frac{15}{8} \div \frac{-5}{36} \right)^{-1} = \left(\frac{-27}{2} \right)^{-1} = \frac{-2}{27}$$

۱۷ - گزینه ۱

$$8^2 \times 5^6 \times 9^3 = (2^3)^2 \times 5^6 \times (3^2)^3 = 2^6 \times 5^6 \times 3^6 = 30^6 \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \sqrt{30^6} = 30^3$$

۱۸ - گزینه ۴

$$۱) \left[\left(- \left(\frac{+1}{2} \right) \right)^{-1} \right]^{-2} = [-2]^{-2} = \frac{1}{4} \\ ۲) \left[\left(- \frac{1}{2} \right) \right]^{-2} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4 \\ ۳) -5^{-2} = -\frac{1}{25} \\ ۴) (-5^{-2})^{-1} = \left(-\frac{1}{25} \right)^{-1} = -25$$

۱۹ - گزینه ۳

$$(2^3)^{1+x} = 2^{2x+8} \rightarrow 2^{3+2x} = 2^{2x+8}$$

باید توان‌ها با هم مساوی باشند چون پایه‌ها نیز مساوی‌اند:

$$3 + 2x = 2x + 8 \rightarrow x = 8 - 3 \Rightarrow x = 5$$

۲۰ - گزینه ۱

$$(2^2)^{2x+1} = 2^{4x+2} = 32 = 2^5$$

پایه‌ها مساوی، توان‌ها را مساوی قرار می‌دهیم:

$$4x + 2 = 5 \rightarrow 4x = 5 - 2 = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$$

۲۱ - گزینه ۳

$$\frac{3^5 \times 3 \times 4^6}{6^6} = \frac{\cancel{3^5} \times 2^{12}}{\cancel{2^6} \times 3^6} = 2^6$$

۲۲ - گزینه ۱

$$\left(\frac{1}{4} \right)^{1-x} = (4^{-1})^{1-x} = (4)^{x-1} = 2^{2x-2} = 2^{-2} \times 2^{2x} = \frac{1}{4} \times (2^x)^2 = \frac{1}{4} \times 7^2 = \frac{49}{4}$$

۲۳ - گزینه ۳

$$\frac{5^4 \times 11^4 \times 11^{-4} \times 3^4}{5^5 \times 3^2} = \frac{3^2}{5} = \frac{9}{5}$$

۲۴ - گزینه ۴ عدد به صورت $a^x \times b^y \times c^z$ است، ولی بر هیچ مجذور کاملی بخش‌پذیر نیست؛ یعنی توان هر سه عامل برابر است با ۱. پس عدد به شکل $a^1 \times b^1 \times c^1$ خواهد بود که تعداد

عوامل برابر است با $2 \times 2 \times 2 = 8$

۲۵ - گزینه ۲ از کوچکترین اعداد شروع می‌کنیم که بر ۷ باقی‌مانده ۶ بیاورند $(7k - 1)$

این اعداد عبارتند از ۴۱, ۳۴, ۲۷, ۲۰, ۱۳, ۶

چون ۶ با اعداد ۲۰ و ۲۷ عامل مشترک دارد آن را در نظر نمی‌گیریم.

به علاوه ۲۰ و ۳۴ نیز عامل مشترک دارند لذا:

$$13, 20, 27, 41 \Rightarrow 13 + 20 + 27 + 41 = 101$$

۲۶ - گزینه ۴

$$20^{11} = 2^{11} \times 10^{11} = 2048 \times 10^{11} \rightarrow \text{رقمی ۱۵}$$

۲۷ - گزینه ۲

$$4^x \times 6^y = 48^{12} \Rightarrow 2^{2x} \times 3^y = (2^4 \times 3)^{12}$$

$$2^{2x+y} \times 3^y = 2^{48} \times 3^{12} \Rightarrow y = 12$$

$$2x + y = 48 \Rightarrow x = 18 \Rightarrow x + y = 30$$

۲۸ - گزینه ۲ (اختلاف دو عدد فرد عددی زوج است یعنی بر ۲ بخش پذیر است.

۳) رقم یکان را به دست می‌آوریم $5 = 4 + 1$ پس بر ۵ بخش پذیر است.

۴) مجموع دو عدد زوج، زوج است.

۲۹ - گزینه ۴

$$7^1 = 07$$

$$7^2 = 49$$

$$7^3 = 343$$

$$7^4 = 2401$$

$$7^5 = 07$$

بنابراین دو رقمی سمت راست توان‌های عدد ۷ دوره‌ی گردش ۴ دارند.

$$2009 = 4 \times 502 + 1$$

پس دو رقم سمت راست عدد 7^{2009} برابر است با اولین دو رقم دوره‌ی گردش‌ها یعنی ۰۷

۳۰ - گزینه ۳ نزدیک‌ترین مجذور کامل به 2009 که از آن بزرگتر است 2025 می‌باشد.

$$45^2 = 2025 \Rightarrow 2025 - 2009 = 16$$

۳۱ - گزینه ۴

یعنی باقی‌مانده در تقسیم بر ۱۰ است $a \equiv b \rightarrow$

$$1997^{1998} + 1998^{2000} + 2000^{2001} \equiv 3^{1998} + 2^{2000} + 0$$

چون $1 \equiv 3^4$ و $2 \equiv 2^5$ می‌توان نوشت: $3^{1998} \equiv 9$

$$2^{2000} = \left(\left((2^5)^5 \right)^5 \right)^5 \times 2^{25} \times 2^{25} \times 2^{125}$$

$$\equiv 2 \times 2 \times 2 \times 2 \equiv 6$$

پس رقم یکان، رقم یکان $6 + 9$ است یعنی ۵

۳۲ - گزینه ۱

$$(x-3)^2 + 1 = 10 \Rightarrow (x-3)^2 = 9 \Rightarrow x-3 = 3 \Rightarrow x = 6$$

۳۳ - گزینه ۲

$$100(2x+1) + 10(x-1) + x = 200x + 100 + 10x - 10 + x = 211x + 90$$

۳۴ - گزینه ۳

$$16^1 = 16$$

$$3^4 = 16$$

$$3^2 = 16$$

۳۵ - گزینه ۲ اگر $\sqrt{3} = 1,7$ و $\sqrt{10} = 3,1$ فرض کنیم

$$۱) 3 + 1,7 + 3,1 = 7,8$$

$$۲) 5 + 2(1,7) = 8,4$$

$$۳) \sqrt{78} = 8,83$$

$$۴) 3 + 3(1,7) = 8,1$$

۳۶ - گزینه ۴

$$\begin{aligned} & 10 \\ & \downarrow +7 \\ & 17 \\ & \downarrow +9 \\ & 26 \\ & \downarrow +11 \\ & 37 \\ & \downarrow +13 \end{aligned}$$

$$37 + (13 + 15 + 17) = 82 \Rightarrow n = 80$$

۳۷ - گزینه ۱

$$5^{104} \times 4^{52} = 5^{104} \times 2^{104} = 10^{104} = 10 \underbrace{0000}_{104 \text{ تا صفر}}$$

مجموع ارقام برابر است با ۱

۳۸ - گزینه ۴ اعداد زوج را $2n$ و $2(n-1)$ و $2(n-2)$ و و $2(n-10)$ در نظر می گیریم که مجموع آن ها برابر است با:

$$(2n + 2n + \dots + 2n) - 2(1 + 2 + \dots + 10) = 11 \times 2n - 2 \left(\frac{10 \times 11}{2} \right) = 11(2n - 10)$$

$$11(2n - 10) = p \Rightarrow 2n - 10 = \frac{p}{11} \Rightarrow 2n = \frac{p}{11} + 10$$

در بین این ۱۱ عدد زوج $2n$ از همه بزرگتر می باشد.

۳۹ - گزینه ۲ اعداد یک رقمی ۱ تا ۹ را به توان ۲ می رسانیم هیچ گاه رقم ۸ در یکان درست نمی شود.

۴۰ - گزینه ۱ اعداد 1^2 و 2^2 و 3^2 یک رقمی اند اعداد 4^2 و 5^2 تا 9^2 دو رقمی هستند (۶ تا عدد) و 10^2 و 11^2 سه رقمی هستند (۲۲ تا عدد)

$$(3 \times 1) + (6 \times 2) + (22 \times 3) = 81$$

عدد بعدی $1024 = 32^2$ که چهار رقمی است و دقیقاً رقم ۴ رقم ۸۵ ام است.

۴۱ - گزینه ۲ می توان نوشت:

$$(3 \times 11111)^3 - 27 \times 11111^3 = 27 \times 11111^3 - 27 \times 11111^3 = 0$$

۴۲ - گزینه ۳

حاصل جمع رقم های $10^{2002} + 2$ برابر ۳ است و خود عدد هم زوج است؛ پس بر ۶ بخش پذیر است.

۴۳ - گزینه ۴ چون $n!$ سه عامل ۵ دارد، $15 \leq n < 20$ و چون عامل ۱۷ ندارد $16 \leq n$ پس $n = 15$ یا $n = 16$ تعداد عامل های ۲ در $15!$ برابر ۱۱ است و در $16!$ برابر ۱۵ است پس

$$n = 16$$

۴۴ - گزینه ۴

$$2012 = 2^2 \times 503 = 2^2 \times (2^9 - 9)$$

۴۵ - گزینه ۳ اگر $10^{53} = 5^{53} \times 2^{53}$ را کنار بگذاریم، $2^6 \times 3^4$ باقی می ماند که رقم یکانش برابر است با ۴

۴۶ - گزینه ۴

$$8^{10} + 4^{15} = (2^3)^{10} + (2^2)^{15} = 2^{30} + 2^{30} = 2 \times 2^{30} = 2^{31}$$

۴۷ - گزینه ۴

$$1) \ 3^{500} = (3^5)^{100} = 243^{100}$$

$$2) \ 4^{400} = (4^4)^{100} = 256^{100}$$

$$3) \ 5^{300} = (5^3)^{100} = 125^{100}$$

$$4) \ 6^{200} = (6^2)^{100} = 36^{100}$$

پس 36^{100} از بقیه کوچکتر است.

۴۸ - گزینه ۳

$$100^{1000} = (10^2)^{1000} = 10^{2000}$$

$$1000^{100} = (10^3)^{100} = 10^{300}$$

$$10^{2000} - 10^{300} = 10^{300}(10^{1700} - 1) = 10^{300} \times \underbrace{(9990009)}_{1700 \text{ تا}}$$

مجموع ارقام برابر است با: $1700 \times 9 = 15300$

۴۹ - گزینه ۳ عدد 17^4 برابر است با: $17^4 = (17^2)^2 = 289^2$

بدد مربع کامل بعد از 289^2 ، 290^2 است.

۵۰ - گزینه ۳

$$20^{50} \times 50^{20} = (2^2 \times 5)^{50} \times (2 \times 5^2)^{20} = 2^{100} \times 5^{50} \times 2^{40} \times 5^{40} = 2^{140} \times 5^{90}$$

چون $۱۲۰ < ۹۰$ پس ۹۰ صفر در سمت راست خود دارد.

۵۱ - گزینه ۱

$$\frac{10 - 40 - 2 \times (36 - 25)}{5 - 4 \times (-2)} = \frac{-30 - 2(11)}{5 + 8} = \frac{-52}{13} = -4$$

۵۲ - گزینه ۲

$$\delta^{fx} \times \delta^1 = (\delta^x)^f \times \delta^1 = \psi^f \times \delta = \lambda 1 \times \delta = f \circ \delta$$

۵۳ - گزینه ۲

$$\Delta^{333} = (\Delta^3)^{111} = 12\Delta^{111}$$

$$\mathcal{W}^{\text{eff}} = (\mathcal{W}^e)^{''' } = \lambda_1^{''' }$$

$$V^{rrr} = (V^r)^{|||} = r^q^{|||}$$

واضح است: $7^{۲۲۲} < ۳^{۴۴۴} < ۵^{۳۳۳}$

۵۴ - گزینه ۱

$$\frac{\mathfrak{r}^a(\mathfrak{r}^2 - \mathfrak{r} - 1)}{\mathfrak{a} \times \mathfrak{r}^a} = \frac{\mathfrak{r}^a \times \mathfrak{a}}{\mathfrak{a} \times \mathfrak{r}^a} = \frac{\mathfrak{r}^a}{\mathfrak{r}^a} = \left(\frac{\mathfrak{r}}{\mathfrak{r}}\right)^a$$

۵۵ - گزینہ ۴

می دانیم: $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) = n^2$

$$\Rightarrow 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) = n^2 = 36 \Rightarrow n = 6$$

۵۶ - گزینه ۳

$$\mathfrak{r}^x + \mathfrak{r}^y = \mathfrak{r}1 \xrightarrow{x,y \in N} \begin{cases} x = \mathfrak{d} \\ y = \mathfrak{r} \end{cases} \Rightarrow x + y = \mathfrak{v}$$

۵۷ - گزینه ۴

$$\frac{10^F}{\Delta^F} = \left(\frac{10}{\Delta} \right)^F = 2^F = 16$$

۵۸ - گزینه ۱

$$\mathfrak{w}^{1..0} = (\mathfrak{w}^r)^{\Delta_0} = q^{\Delta_0}$$

منظور از رقم یکان یعنی باقی‌مانده‌ی آن عدد بر ۱۰. باقی‌مانده‌ی عدد ۹ بر ۱۰ برابر است با ۱- (به شرطی که مجاز باشیم از باقی‌مانده‌ی منفی استفاده کنیم)

$$q^{\Delta_0} \Rightarrow (-1)^{\Delta_0} = 1$$

۵۹ - گزینه ۳

اولین عدد هر سطر	مجموع هر سطر	شماره‌ی سطر
$1 \times 0 + 1 = 1$	$1^3 = 1$	۱
$2 \times 1 + 1 = 3$	$2^3 = 8$	۲
$3 \times 2 + 1 = 7$	$3^3 = 27$	۳
$4 \times 3 + 1 = 13$	$4^3 = 64$	۴
\vdots	\vdots	\vdots
$n(n-1) + 1$	n^3	n

$$1000000 = n^3 \Rightarrow n = 100 \Rightarrow \text{اولین عدد سطر دهم} = 100 \times 99 + 1 = 9901$$

۶۰ - گزینه ۳

$$\frac{r^3}{r^2} = \frac{(r^2)^3}{r^2} = \frac{r^6}{r^2} = r^4 = 16$$

۶۱- گزینه ۴ پیکان همه‌ی توان‌های زوج عدد ۴، ۶ است و پیکان همه‌ی توان‌های فرد عدد ۴، ۴ می‌باشد.

$$r' = r$$

$$r^r = 16$$

$$r^r = \mathcal{E}r$$

$$r^F = 206$$

۶۱ - گزینه ۴ نماد \equiv که نماد هم‌نهشتی نام دارد برای به دست آوردن باقیمانده‌ی عددی بر عددی مانند ۱۰ استفاده می‌شود به عنوان مثال:

باقی ماندہ

$102 \equiv \boxed{2} \rightarrow \begin{array}{r} 102 \\ 10 \\ \hline 100 \\ 2 \end{array}$

برای به دست آوردن رقم یکان باید باقی مانده‌ی تقسیم آن عدد بر ۱۰ را به دست آوریم.

$$\begin{aligned}
 2^{2004} &= (2^9)^{222} \times 2^6 \equiv (512)^{222} \times 2^6 \equiv 2^{222} \times 2^6 \equiv 2^{222} \times 2^6 \equiv (2^9)^{24} \times 2^6 \times 2^6 \\
 &\quad \downarrow \text{باقی مانده بر } 2=1 \\
 &\equiv (512)^{24} \times 2^9 \times 2^3 \equiv 2^{24} \times 512 \times 2^3 \equiv 2^{24} \times 2 \times 2^3 \\
 &\quad \downarrow \text{باقی مانده بر } 2=1 \\
 &\equiv 2^{27} \times 2 \equiv (2^9)^3 \times 2 \equiv (512)^3 \times 2 \equiv 2^3 \times 2 \equiv 16 \\
 &\quad \downarrow \text{باقی مانده بر } 2=1
 \end{aligned}$$

در نتیجه باقی مانده ی عدد ۱۶ بر ۱۰ برابر است با ۶. بنابراین باقی مانده ی عدد $2^{2004} - 2$ بر ۱۰ برابر است با $4 - 2 = 6$

۶۳ - گزینه ۳ باید ک.م.م. این سه عدد را بیابیم:

$$\left. \begin{aligned} 8 &= 2^3 \\ 12 &= 3 \times 2^2 \\ 30 &= 2 \times 3 \times 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow [8, 12, 30] = 2^3 \times 3 \times 5 = 120$$

۶۴ - گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} 4^3 &= 64 \\ 4^2 &= 16 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 64 - 16 - 1 = 47$$

۶۵ - گزینه ۱

$$12^2 \times 4 \times 3 = 12^2 \times 12 = 12^3 = n^3 \Rightarrow n = 12$$

۶۶ - گزینه ۲ نماد \equiv که نماد هم نهشتی نام دارد برای به دست آوردن باقیمانده ی عددی بر عددی مانند ۱۰ استفاده می شود به عنوان مثال:

$$102 \equiv \boxed{2} \rightarrow \begin{array}{r} 102 \\ 100 \\ \hline 2 \end{array}$$

برای به دست آوردن رقم یکان باید باقی مانده تقسیم آن بر ۱۰ را بیابیم.

$$\begin{aligned}
 3^6 - 2^6 &\equiv (3^2)^3 - 64 \equiv 9^3 - 64 \equiv (-1)^3 - 4 \equiv -1 - 4 \equiv -5 \equiv 5 \\
 &\quad \downarrow \text{باقی مانده بر } 4=1
 \end{aligned}$$

۶۷ - گزینه ۴

$$\left. \begin{aligned} 17^2 &= 289 \\ 11^2 &= 121 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 17 - 11 + 1 = 7$$

۶۸ - گزینه ۳ اگر عامل های ۲ و ۵ در هم ضرب شوند، صفر تولید می کنند.

$$\begin{aligned}
 2^4 \times (2 \times 17) \times (5^2 \times 3) \times (3 \times 7) \times 13 \times n \\
 = 2^5 \times 5^2 \times 17 \times 3^2 \times 13 \times 7 \times n
 \end{aligned}$$

در حال حاضر این عدد ۲ تا صفر دارد. اگر ۳ تا عامل ۵ دیگر داشته باشیم، ۵ تا صفر خواهیم داشت و اگر یک عامل ۲ دیگر و ۴ عامل ۵ دیگر داشته باشیم، ۶ تا صفر خواهیم داشت.

$$n = 2 \times 5^4 = 1250$$

۶۹ - گزینه ۲

$$\begin{aligned}
 3^{2x-1} \times 3^{y+2} &= 96 \xrightarrow[\text{پایه ها}]{\text{تجزیه}} (2^2)^{2x-1} \times 3^{y+2} = 2^5 \times 3^1 \Rightarrow 2^{4x-2} \times 3^{y+2} = 2^5 \times 3^1 \\
 \left\{ \begin{aligned} 4x - 2 &= 5 \xrightarrow{\text{حل معادله}} x = \frac{7}{4} \\ y + 2 &= 1 \xrightarrow{\text{حل معادله}} y = -1 \end{aligned} \right. &\quad \frac{4}{9}(x+y) = \frac{4}{9}\left(\frac{7}{4} + (-1)\right) \\
 &\quad \frac{4}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

۷۰ - گزینه ۱ ابتدا الگو را مرحله به مرحله پیدا می کنیم. مشاهده می کنیم که پاسخ هر کدام حاصل جمع پایه ها می باشد.

$$\begin{aligned}
 \sqrt{1^3} &= 1 \\
 \sqrt{1^3 + 2^3} &= \sqrt{1 + 8} = 3 \\
 \sqrt{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 30^3} &= 1 + 2 + 3 + \dots + 30 = \frac{30 \times (30 + 1)}{2} = 465
 \end{aligned}$$

۷۱ - گزینه ۱ هر عدد که رقم یکانش ۱ باشد، رقم یکان مربعش (مجذورش) هم یک می باشد پس عدد مورد نظر گزینه ی (۳) نمی تواند باشد. عدد ۲۳۵ هم از ۳۰۰ کمتر است پس مربعش از ۹۰۰۰۰ کمتر است یعنی گزینه ی (۴) هم رد می شود. از بین گزینه های ۱ و ۲، فقط ۷۰۵ می باشد که اگر به توان ۲ برسد به شکل داده شده می باشد، زیرا: $705^2 = 497025$

۷۱ - گزینه ۱

$$3^{2x-1} = 12 \Rightarrow \frac{3^{2x}}{3} = 12 \xrightarrow[\text{وسطین}]{\text{طرفین}} 3^{2x} = 36 \Rightarrow (3^x)^2 = 6^2 \Rightarrow 3^x = 6 \Rightarrow 3^{x-1} = \frac{3^x}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

زوج
فرد فرد

۷۳ - گزینه ۳ سایر گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم: $۲ + ۳^{۱۷} + ۳^{۱۵} \leftarrow$ عدد زوج است پس مرکب است.
۱۰۰۱ و ۱۱۹ هم بر ۷ بخش پذیرند پس مرکب هستند.

۷۴ - گزینه ۳ با وجود آن که a عددی منفی است، اما وقتی به توان زوج می‌رسد، مثبت می‌شود پس a^4 بزرگترین است.
۷۵ - گزینه ۴

$$\frac{۴^{n+1}}{۳۶^n} \times ۳^{2n+1} = \frac{۲^{2n+2} \times ۳^{2n+1}}{(۳^۲ \times ۲^۲)^n} = \frac{\cancel{۲^{۲n}} \times ۲^۲ \times \cancel{۳^{۲n}} \times ۳^۱}{\cancel{۳^{۲n}} \times \cancel{۲^{۲n}}} = ۴ \times ۳ = ۱۲$$

۷۶ - گزینه ۱ نکته (۱): اگر اعداد منفی به توان زوج برسند مثبت می‌شوند و به توان فرد برسند منفی می‌مانند.

نکته (۲): هر عدد به شکل $۲n$ عددی زوج و به شکل $۲n - ۱$ عددی فرد است. در گزینه‌ی (۱) که a^{2n} عددی مثبت است از a^{2n-1} که عددی منفی است بزرگتر است.
۷۷ - گزینه ۱

$$۲۵^{2x-1} \times ۱۲۵^{2a} = (۵^۳)^{2x-1} \times ۱۲۵^{۲ \times ۰} = ۵^{۴x-۲} \times ۱۲۵^۰ = ۵^{۴x-۲} \times ۱ = \frac{۵^{۴x}}{۵^۲} = \frac{۲^۴}{۲۵} = \frac{۱۶}{۲۵}$$

۷۸ - گزینه ۳

تعداد اعداد اولی که هر عدد بر آن بخش پذیر است برابر است با تعداد عوامل اول در تجزیه‌ی آن:

$$\begin{matrix} (۲ \times ۳ \times ۷)^۵ \\ \uparrow \text{تجزیه} \\ ۱۸^{۱۱} \times ۴۲^۵ \times ۱۲۵^۸ = ۲^{۱۱} \times ۳^{۲۲} \times ۲^۵ \times ۳^۵ \times ۷^۵ \times ۵^{۲۴} = ۲^{۱۶} \times ۳^{۲۷} \times ۵^{۲۴} \times ۷^۵ \\ \downarrow \text{تجزیه} \quad \downarrow \text{تجزیه} \\ (۲ \times ۳^۲)^{۱۱} \quad (۵^۳)^۸ \end{matrix}$$

جمعاً ۴ عامل مشاهده می‌شود.

۷۹ - گزینه ۴ دو عبارت زمانی مساوی هستند که توان‌ها صفر باشد $۵^{y+۳} = ۳^{2x-y+1}$

$$y + ۳ = ۰ \Rightarrow y = -۳$$

$$2x - y + 1 = ۰ \Rightarrow 2x - (-۳) + 1 = ۰ \Rightarrow 2x + ۳ + 1 = ۰ \Rightarrow 2x + ۴ = ۰ \Rightarrow x = \frac{-۴}{۲} = -۲$$

۸۰ - گزینه ۱

$$7 - 7[1 + \frac{1}{4} \times (-۲)^4] = 7 - 7[1 + ۴] = 7 - 7 \times [۵] = 7 - ۳۵ = -۲۸$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{16}{1} = \frac{16}{4} = +۴$$

۸۱ - گزینه ۱ توجه: هر حاصل جمع یکسان را به ضرب تبدیل می‌کنیم:

$$\underbrace{۳^۰ + ۳^۰ + ۳^۰ + ۳^۱ + ۳^۱ + ۳^۲ + ۳^۲ + \dots + ۳^{۱۰۰} + ۳^{۱۰۰}}_{۳ \times ۳^۰ = ۳^۱}$$

$$۳^۱ + ۳^۱ + ۳^۱ = ۳ \times ۳^۱ = ۳^۲$$

می‌دانیم:

$$۳^۲ + ۳^۲ + ۳^۲ = ۳ \times ۳^۲ = ۳^۳$$

$$\vdots$$

$$۳^{۱۰۰} + ۳^{۱۰۰} + ۳^{۱۰۰} = ۳ \times ۳^{۱۰۰} = ۳^{۱۰۱}$$

۸۲ - گزینه ۳

$$۵ - ۵(-۱ + ۳ \underbrace{(۴ - ۵)^{۲ \times ۱۳}}_{(-۱)^{۲ \times ۱۳} = -۱}) \times ۲ - ۲ + \underbrace{۸ \div ۴ \times ۳}_۶ =$$

منفی به توان فرد منفی می‌شود

$$-۱ + ۳ \times (-۱) \times ۲ - ۲ = -۱ - \underbrace{۳ \times ۲}_۶ - ۲ = -۱ - ۶ - ۲ = -۹$$

حق تقدم یا ضرب است

$$۵ - ۵ \times (-۹) + ۶ = ۵ + ۴۵ + ۶ = ۵۶$$

۸۱ - گزینه ۳ رابطه‌ی (۱)

$$e = ۴^{۳۱۵} = (۲^۲)^{۳۱۵} = ۲^{۶۳۰} \Rightarrow ۲^{۶۳۰} > ۲^{۴۳۱} \Rightarrow e > d$$

$$d = ۲^{۴۳۱}$$

رابطه‌ی (۲)

$$۲۱ < ۳۱ \xrightarrow{\text{دو طرف را به توان ۴۲ می‌رسانیم}} ۲۱^{۴۲} < ۳۱^{۴۲} \xrightarrow{\text{اگر طرف اول در ۲۱ ضرب شود باز هم خیلی کوچکتر از ۳۱^{۴۲} می‌شود}} ۲۱ \times ۲۱^{۴۲} < ۳۱^{۴۲}$$

$$\Rightarrow 21^{43} < 31^{42} < (3^{10})^{42} \times 3^1 \Rightarrow b < \alpha < c$$

توجه: $(3^6 = 729, 2^9 = 512)$

رابطه ی (۳)

$$2^9 < 3^6 \xrightarrow{\text{به توان ۷۰ می‌بریم}} 2^{630} < 3^{420} < 3^{421} \Rightarrow e < c$$

از رابطه ی ۱، ۲، ۳

$$\xrightarrow{\text{می‌بریم}} c = 3^{421} \text{ از همه بزرگ تر است}$$

۸۴ - گزینه ۲ می‌دانیم:

$$5^{1393} = 5^1 \times 5^{1392}, 5^{1394} = 5^2 \times 5^{1392} = 25 \times 5^{1392}$$

$$5^{1395} = 5^3 \times 5^{1392} = 125 \times 5^{1392}$$

از 5^{1392} فاکتور می‌گیریم:

$$5^{1392} + 5^{1393} + 5^{1394} + 5^{1395} = 1 \times 5^{1392} + 5 \times 5^{1392} + 25 \times 5^{1392} + 125 \times 5^{1392} = 156 \times 5^{1392}$$

$$\frac{156 \times 5^{1392}}{780} = \frac{5^{1392}}{5^1} = \boxed{5^{1391}}$$

برای تعیین خارج قسمت

چون بخش‌پذیر بود، پس باقی‌مانده صفر است.

۸۵ - گزینه ۳ ۹۱ مرکب است چون بر ۷ بخش‌پذیر است. 3^5 مرکب است، چون بر ۳ بخش‌پذیر است.

ک.م.م ۵ و ۷ عدد ۳۵ می‌شود که بر ۵ و ۷ بخش‌پذیر است و عدد مرکب است.

$$(\sqrt{16})^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2}} = (2^2)^{\frac{1}{2}} = 2^{2 \times \frac{1}{2}} = 2^1 = 2$$

۸۶ - گزینه ۲

$$2^x = 6^y$$

$$2^{x-y} = 2^x \div 2^y = 6^y \div 2^y = 3^y$$

۸۷ - گزینه ۱

$$5^3 - 5 = 125 - 5 = 120$$

۸۸ - گزینه ۳ نکته (۱): این دو معادله‌ی توانی زمانی مساوی می‌شوند که توان آنها صفر باشد تا به صورت $2^0 = 3^0$ تبدیل شوند.

نکته (۲): هر عدد (غیر از خود صفر) به توان صفر برسد حاصل برابر یک می‌باشد.

$$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$x - y + 5 = 0 \xrightarrow{x=4} 4 - y + 5 = 0 \Rightarrow 9 - y = 0 \Rightarrow y = 9$$

۸۹ - گزینه ۴

$$9^{k+1} = 9^k \times 9^1 = (3^2)^k \times 9^1 = 25 \times 9 = 225$$

۹۰ - گزینه ۳

$$2^{11} + 2 \rightarrow 2^{11} + 2 \times 1 \quad 2^{11} + 4 \rightarrow 2^{11} + 2 \times 2$$

$$2^{11} + 6 \rightarrow 2^{11} + 2 \times 3 \quad 2^{12} \rightarrow 2^{11} + 2^{11} = 2^{11} + (2 \times 2^{10})$$

$$\text{تعداد} = \frac{\text{جمله‌ی اول - جمله‌ی آخر}}{\text{فاصله}} + 1 \Rightarrow \text{تعداد} = \frac{(2^{11} + 2^{11}) - (2^{11} + 2)}{2} + 1 = 2^{10}$$

۹۱ - گزینه ۱

$$(\sqrt{5} + \sqrt{3})^{50} (\sqrt{5} - \sqrt{3})^{50} = [(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})]^{50}$$

$$= [(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2]^{50} = [5 - 3]^{50} = 2^{50}$$

$$\text{اتحاد مزدوج: } (a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \rightarrow 4^{25} = (2^2)^{25} = 2^{50}$$

۹۱ - گزینه ۲

$$\left. \begin{array}{l} 20 < 2^{10} \xrightarrow{\text{به توان ۲۳ می‌بریم}} 20^{23} < 2^{230} < 2^{231} \\ 2^3 < 3^2 \xrightarrow{\text{به توان ۲۰۰ می‌بریم}} 2^{600} < 3^{400} < 3^{401} \end{array} \right\} \Rightarrow 20^{23} < 2^{231} < 2^{600} < 3^{401}$$

۹۳ - گزینه ۲

$$\frac{1}{2}x = \frac{2}{1} \rightarrow x = \frac{2}{\frac{1}{2}} = \frac{4}{1} = 4 \rightarrow x = 4$$

$$3y = 3 \rightarrow y = \frac{3}{3} = 1 \rightarrow y = 1$$

$$-2x\sqrt{y} - 3y\sqrt{x} + 4xy = -2(4)\sqrt{1} - 3(1)\sqrt{4} + 4(4)(1) = -8 - 3 + 16 = -11 + 16 = +5$$

۹۴ - گزینه ۲

$$2 \times 4^5 + 2 \times 4^5 = 4^1 \times 4^5 = 4^6$$

۹۵ - گزینه ۴

$$2^{3z-1} = 2^{3z} \div 2^1 = (2^z)^3 \div 2^1 = 10^3 \div 2^1 = 1000 \div 2 = 500$$

۹۶ - گزینه ۳

$$\frac{\frac{1}{2} \times 30^6}{\frac{1}{2}} = \frac{30^6}{2} = \frac{2^6 \times 15^6}{2^1} = 2^5 \times 15^6 = 32 \times 15^6$$

۹۷ - گزینه ۲

$$\frac{12^3 \times 8}{64 \times 27} = \frac{12^3 \times 2^3}{4^3 \times 3^3} = \frac{2^3}{12^3} = 2^3$$

۹۸ - گزینه ۳ $3 \times 3 = 39$ اما $117 = 39 \times 3$ عدد اول نیست، عدد 117 بر 37 بخش پذیر نیست پس 37 نمی تواند مقسوم علیه آن باشد.

۹۹ - گزینه ۳ نکته: اتحاد مزدوج $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$$(20^2 - 18^2) + (16^2 - 14^2) + \dots + (4^2 - 2^2) = [(20 - 18)(20 + 18)] + \dots$$

$$[(16 - 14)(16 + 14)] + \dots + [(4 - 2)(4 + 2)] = [2(20 + 18)] + [2(18 + 16)] + \dots$$

$$+ [2(4 + 2)] \xrightarrow{\text{از ۲ فاکتور می گیریم}} 2[20 + 18 + 16 + 14 + \dots + 4 + 2] =$$

از ۲ داخل کروشه فاکتور می گیریم

$$2 \times 2(10 + 9 + 8 + 7 + \dots + 2 + 1) = 4(10 + 9 + 8 + 7 + \dots + 2 + 1) =$$

$$4(10 + 9 + 8 + 7 + \dots + 2 + 1) = 4 \times 55 = 220$$

۱۰۰ - گزینه ۱

$$9^{4a-2} = (3^2)^{4a-2} = 3^{8a-4}$$

$$3^{8a-4} \div 3^1 = 3^{8a-4-1} = 3^{8a-5}$$

۱۰۱ - گزینه ۴

$$\underbrace{3^{x+1} + 3^x}_{\text{تجزیه می کنیم}} = \underbrace{324}_{\text{از ۳۲۴ فاکتور می گیریم}} \Rightarrow 3^x(3 + 1) = 3^4 \times 2^2 \Rightarrow 3^x \times 4 = 3^4 \times 4 \Rightarrow x = 4$$

با جایگزینی ۴ به جای x در عبارت داریم: $-5x = -5 \times 4 = -20$

۱۰۲ - گزینه ۳

$$\frac{v^v + v^v \times v}{v^v} = \frac{v^v(1 + v)}{v^v} = \frac{\cancel{v^v} \times 8}{\cancel{v^v}} = 8$$

۱۰۳ - گزینه ۲ نکته: اتحاد مربع دو جمله ای: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

مجذور کامل $2 \times 18^5 = 2 \times (3^2 \times 2)^5 = 2 \times 3^{10} \times 2^5 = 2^6 \times 3^{10}$ گزینه ی (۱)

مجذور کامل نیست $2^5 + 4^5 = 2 \times 4^5 = 2 \times (2^2)^5 = 2 \times 2^{10} = 2^{11}$ گزینه ی (۲)

مجذور کامل $2^{10} + 2^{46} + 1 = (2^{25})^2 + 2 \times 2^{25} + 1 = (2^{25} + 1)^2$ گزینه ی (۳)

مجذور کامل $2^{36} + 2^{19} + 1 = (2^{18})^2 + 2 \times 2^{18} + 1 = (2^{18} + 1)^2$ گزینه ی (۴)

گزینه ۳ - ۱۰۴

$$40 \times 5^6 + 17 \times 5^5 = (8 \times 5 \times 5^6) + (17 \times 5^5)$$

$$8 \times 5^5 + 17 \times 5^5 = 5^5(8 + 17) = 5^5 \times 25 = 5^5 \times 5^2 = 5^7$$

۱۰۵ - گزینه ۳ جمله و در مخرج نیز ۳ جمله وجود دارد (جملات با + و - از هم جدا می شوند) مشاهده می گردد که هر جمله ی صورت ۸ برابر هر جمله ی متناظرش در مخرج می باشد یعنی $2 \times 4 \times 8$ که اولین جمله ی صورت است ۸ برابر اولین جمله ی مخرج که ۸ است می باشد و به همین ترتیب اگر از ۸ صورت فاکتور بگیریم بقیه ی عبارت از صورت و مخرج ساده می شود.

$$\text{عبارت سؤال} = \frac{2 \times 4 \times 8 + (444 \times 888 \times 222 \times 8) + (888 \times 1776 \times 444 \times 8)}{8 + 222 \times 444 \times 888 + 444 \times 888 \times 1776}$$

فاکتور = ۸

۱۰۶ - گزینه ۴ واضح است که:

$$22222 < 22222^2 < (2222^2)^2 < 2222^{22} < (2^5)^{222} < 2^{2222}$$

۱۰۷ - گزینه ۱

$$9^n + 9^n + 9^n = 3 \times (3^2)^n = 3^{2n+1}$$

پس باید $2n + 1 = 2011$ ، که یعنی $n = 1005$

۱۰۸ - گزینه ۳ حاصل عددی منفی به توان عددی فرد، عددی منفی و حاصل عددی منفی به توان عددی زوج عددی مثبت می شود.

$$A = (-5^{-2})^{-3} = \left(-\frac{1}{5^2}\right)^{-3} = (-5^2)^3 = -5^6$$

$$B = (-2^3)^2 = (-2^3)^2 = 2^6$$

بررسی گزینه ها:

گزینه ۱: $AB > 0$ نادرست است.

گزینه ۲: $B < 0$ نادرست است.

گزینه ۳: $A < B$ درست است.

گزینه ۴: $A > 0$ نادرست است.

۱۰۹ - گزینه ۲

$$27^x = (16 \times 9)^x \Rightarrow (3^4)^x = (2^4 \times 3^2)^x$$

$$\cancel{3^{4x}} = 2^{4x} \times \cancel{3^{2x}} \Rightarrow 3^x = 2^{4x}$$

هر عدد به توان صفر برابر یک است و این تساوی زمانی برقرار است، که توان ها برابر صفر شود. (چون پایه ها برابر نیستند) پس فقط یک حالت $x = 0$ برقرار است.

۱۱۰ - گزینه ۴ صورت و مخرج عبارت B را برحسب پایه های ۲ می نویسیم:

$$B = \frac{2^x + 2^x - 2^{3x+2}}{8^x} = \frac{(2^2)^x + 2^x - 2^{3x} \times 2^2}{(2^3)^x}$$

$$= \frac{(2^2)^2 + 2^2 - (2^2)^3 \times 2^2}{(2^2)^3} \stackrel{x=1}{=} \frac{10^2 + 10 - 10^3 \times 2^2}{10^3}$$

$$= \frac{110 - 4000}{1000} = \frac{-3890}{1000} = -3.89$$

۱۱۱ - گزینه ۱ ابتدا حاصل جمع را به صورت حاصل ضرب می نویسیم:

$$2^{n+2003} + 2^{n+2003} = 2 \times 2^{n+2003} = 2^{n+2003+1} = 2^{n+2004}$$

۱۱۲ - گزینه ۲ باتوجه به $2^{3x} \times 2^{-2y} = 2$ داریم:

$$2^{3x} \times 2^{-2y} = 2 \Rightarrow 2^{3x-2y} = 2 \Rightarrow 3x - 2y = 1$$

همچنین از رابطه $3^{5y} \div 3^{4x} = 3$ داریم:

$$3^{5y} \div 3^{4x} = 3^1 \Rightarrow 3^{5y-4x} = 3 \Rightarrow 5y - 4x = 1$$

حال با حل دستگاه مربوط به دو معادله

$$\begin{aligned} \times 4 \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -4x + 5y = 1 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 12x - 8y = 4 \\ -12x + 15y = 3 \end{cases} \\ &\quad \quad \quad y = 1 \end{aligned}$$

$$3x - 2y = 1 \stackrel{y=1}{\Rightarrow} 3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

$$2x - y = 2 \times 1 - 1 = 1$$

۱۱۳ - گزینه ۳ ابتدا طرفین هر سه تساوی را در هم ضرب می کنیم:

$$\begin{cases} a^2bc = -75 \\ ab^2c = 15 \\ abc^2 = -45 \end{cases} \Rightarrow (a^2bc)(ab^2c)(abc^2) = -75 \times 15 \times (-45)$$

$$\Rightarrow a^5 b^5 c^5 = 75 \times 15 \times 45$$

$$\Rightarrow a^5 b^5 c^5 = 3 \times 5^2 \times 3 \times 5 \times 3^2 \times 5$$

$$\Rightarrow a^5 b^5 c^5 = 3^5 \times 5^5 = 15^5$$

$$\Rightarrow abc = 15$$

۱۱۴ - گزینه ۱ حاصل را باید به صورت عددی توان‌دار با پایه ۵ و به ساده‌ترین صورت بنویسیم:

$$\left[\frac{1^{-2}}{5^{-2}} \right]^{3^2} \times (5^{2^3})^2 = (25)^9 \times (5^8)^2 =$$

$$(5^2)^9 \times (5^8)^2 = 5^{18} \times 5^{16} = 5^{(18+16)} = 5^{34}$$

۱۱۵ - گزینه ۳

$$x^{2-\sqrt{3}} = 2$$

$$\xrightarrow[\text{بعضاً } 2+\sqrt{3}]{\text{دو طرف تساوی}} (x^{2-\sqrt{3}})^{2+\sqrt{3}} = 2^{2+\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow x^{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = x^{2^2-(\sqrt{3})^2} = x^{4-3} = x = 2^{2+\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow x = 2^2 \times 2^{\sqrt{3}} = 4 \times 2^{\sqrt{3}}$$

۱۱۶ - گزینه ۲

$$\left(-\left(\frac{2}{5} \right)^{-2} \right)^{-1} \times \left(\frac{-5}{2} \right)^{-2} = \left(-\left(\frac{5}{2} \right)^2 \right)^{-1} \times \left(\frac{2}{5} \right)^2$$

$$= -\left(\frac{2}{5} \right)^2 \times \left(\frac{2}{5} \right)^2 = -\left(\frac{2}{5} \right)^4 = -\left(\frac{4}{25} \right)^2 = \frac{-4^2}{25^2}$$

۱۱۷ - گزینه ۳ برای به دست آوردن ثلث یک عدد، می‌توانیم آن را بر ۳ تقسیم کنیم.

$$\frac{(-3)^{-17}}{3} = \frac{1}{(-3)^{17} \times 3} = \frac{-1}{3^{17} \times 3} = \frac{-1}{3^{18}} = -3^{-18}$$

گزینه ۴ - ۱۱۸

$$5,6 \times 10^{-7} \times 2,5 \times 10^{12} = 5,6 \times 2,5 \times 10^5 = 14 \times 10^5 = 1,4 \times 10^6$$

۱۱۹ - گزینه ۱ نسبت جرم اتم هیدروژن به جرم یک الکترون را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{جرم یک اتم هیدروژن}}{\text{جرم یک الکترون}} = \frac{1,7 \times 10^{-24}}{9,1 \times 10^{-28}} =$$

$$\frac{17 \times 10^{-1} \times 10^{-24}}{91 \times 10^{-1} \times 10^{-28}} = \frac{17 \times 10^{-25}}{91 \times 10^{-29}} =$$

$$\frac{17 \times 10^{-25} \times 10^{29}}{91} = \left(\frac{17}{91} \right) \times 10^4 = 0,187 \times 10^4$$

$$= 1,87 \times 10^{-1} \times 10^4 = 1,87 \times 10^3$$

۱۲۰ - گزینه ۳ چون a عددی بین ۰ و ۱- است، پس کسری منفی است. باتوجه به نکته زیر داریم:

نکته: چون $0 < a < 1-$ است، توان‌های فرد a اعدادی منفی و توان‌های زوج a اعدادی مثبت هستند و در بین توان‌های زوج a عدد a^2 از بقیه بزرگ‌تر است.

نکته: ۱- اگر $0 < a < 1-$ ، هرچه توان a بزرگ‌تر باشد، عدد کوچک‌تر است.

۲- اگر $1- < a < 0-$ هرچه توان a بزرگ‌تر باشد، عدد بزرگ‌تر است.

۱۲۱ - گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: نادرست است.

$$(-v^2)^5 = -v^{10}$$

گزینه ۲: نادرست است.

$$(-v^5)^2 = +v^{10}$$

گزینه ۳: درست است.

$$(-v^5)^{-2} = \frac{1}{(-v^5)^2} = \frac{1}{v^{10}} = v^{-10}$$

گزینه ۴: نادرست است.

$$(-v^2)^{-5} = \frac{1}{(-v^2)^5} = \frac{1}{-v^{10}} = -v^{-10}$$

۱۲۲ - گزینه ۱ ابتدا حاصل داخل پرانتز را به دست می‌آوریم:

$$\frac{v^{-4} \div v^6}{0.4^{-2} \div 9^2} = \frac{\frac{1}{v^4} \div v^6}{\left(\frac{4}{10}\right)^{-2} \div (3^2)^2} = \frac{\frac{1}{v^4} \times \frac{1}{v^6}}{\left(\frac{10}{4}\right)^2 \times \frac{1}{3^4}} =$$

$$\frac{\frac{1}{v^2}}{\left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{1}{v^2} \times \frac{2^2}{5^2} = \frac{1}{v^2 \times 5^2} = \frac{1}{100} \Rightarrow \left(\frac{1}{100}\right)^{-1} = 100$$

۱۲۳ - گزینه ۲

$$(4^x)^3 = 5^y \Rightarrow 4^{3x} = 4^y \Rightarrow 3x = y$$

$$\frac{x+y}{y-x} = \frac{x+3x}{3x-x} = \frac{4x}{2x} = 2$$

۱۲۴ - گزینه ۱ باید پایه‌ها را برابر کنیم که برای این کار، پایه عبارت $\left(\frac{5}{2}\right)^{2-5x}$ را با توان ۱- می‌نویسیم:

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{2x+3} = \left(\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}\right)^{2-5x}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{2x+3} = \left(\frac{2}{5}\right)^{5x-2}$$

پایه‌ها برابرند پس توان‌ها هم باید برابر باشند.

$$2x+3 = 5x-2 \rightarrow -3x = -5$$

$$x = \frac{5}{3}$$

۱۲۵ - گزینه ۲ به بررسی درستی عبارت‌ها می‌پردازیم:

$$-(-3)^{400} > -3^{-400} \text{ (شود به توان زوج مثبت می‌شود)}$$

$$\Rightarrow -3^{400} > -3^{-400} \Rightarrow -3^{400} > -\frac{1}{3^{400}} \text{ نادرست است.}$$

اگر $x < y < 0$ باشد، آنگاه $\sqrt[3]{x^3} + \sqrt{y^2}$ برابر $x - y$ است.

$$\sqrt{y^2} = |y| = -y$$

$$\sqrt[3]{x^3} = x$$

$$\Rightarrow \sqrt{y^2} + \sqrt[3]{x^3} = -y + x = x - y \text{ درست است.}$$

اگر $x < y$ باشد، آن‌گاه $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$ است.

مثال نقض: $2 < 3$ ، ولی $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$.

گر $x^2 > y^2$ باشد، آنگاه $y < x$ است.

مثال نقض: $(-1)^2 > (-2)^2$ ، ولی $-1 > -2$.

پس فقط یک مورد از عبارت‌های صورت سؤال صحیح است.

۱۲۶ - گزینه ۴ و a با هم برابرند؛ پس: $a^b = b^a$

۱۲۷ - گزینه ۱ ابتدا ترتیب قرار گرفتن حاصل جمع مربوط به صورت کسر را برعکس می‌نویسیم:

$$\frac{10^5 + 10^6 + 10^7 + \dots + 10^{98} + 10^{99} + 10^{100}}{1 + 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{94} + 10^{95}}$$

صورت و مخرج را در $(1 - 10)$ ضرب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} & \frac{(1 - 10)(10^5 + 10^6 + 10^7 + \dots + 10^{100})}{(1 - 10)(1 + 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{94} + 10^{95})} \\ &= \frac{(10^5 + \cancel{10^6} + \cancel{10^7} + \dots + 10^{100}) - (\cancel{10^5} + 10^6 + 10^7 + \dots + 10^{101})}{(1 + 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{94} + 10^{95})(10 + 10^2 + \dots + 10^{96})} \\ &= \frac{10^5 - 10^{101}}{1 - 10^{96}} = \frac{10^5(1 - 10^{96})}{1 - 10^{96}} = 10^5 = 100000 \end{aligned}$$

۱۲۸ - گزینه ۱

$$\begin{aligned} \frac{3 \times 5 \times 10^{-5}}{10^3 \times 10^6} &= \frac{15 \times 10^{-5}}{10^9} = 15 \times 10^{-5-9} = 15 \times 10^{-14} \\ 15 \times 10^{-14} &= 1,5 \times 10^{-13} \end{aligned}$$

حال عدد به دست آمده را به صورت نماد علمی نمایش می‌دهیم:

۱۲۹ - گزینه ۲ ابتدا 14^9 در صورت را تجزیه می‌کنیم: $14^9 = (2 \times 7)^9 = 2^9 \times 7^9$

$$\begin{aligned} \frac{7^a \times 7^9 \times 2^9}{7^6 \div 7^6} &= 2^9 \Rightarrow \frac{7^a \times 7^9 \times \cancel{2^9}}{7^{-2}} = \cancel{2^9} \\ \Rightarrow \frac{7^{a+9}}{7^{-2}} &= 1 \Rightarrow 7^{a+9} = 7^{-2} \end{aligned}$$

در تساوی بالا پایه‌ها برابر هستند، پس توان‌ها نیز باید برابر باشند.

$$a + 9 = -2 \Rightarrow a = -11$$

۱۳۰ - گزینه ۲ برای مقایسه راحت‌تر اعداد توان‌دار، آنها را به پایه‌های برابر یا توان‌های برابر تبدیل می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} 30^{100} \\ 5^{301} &= (5^3)^{100} \times 5^1 = 125^{100} \times 5 \\ 2^{400} &= (2^4)^{100} = 16^{100} \\ 6^{200} &= (6^2)^{100} = 36^{100} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 16 < 30 < 36 < 125 \Rightarrow 16^{100} < 30^{100} < 36^{100} < 5 \times 125^{100}$$

۱۳۱ - گزینه ۳

$$A = (2^{-17} + 2^{15} \times 3^{-10} \div 16^3 + 2^0) \div \frac{1}{2^{-16} - 1}$$

باتوجه به اولویت در پرانتز، ضرب، تقسیم، جمع و تفریق به صورت زیر عمل می‌کنیم:

ابتدا از ضرب داخل پرانتز شروع می‌کنیم:

$$2^{15} \times 3^{-10} = 2^{15} \times 2^{-20} = 2^{-5}$$

سپس عمل تقسیم را انجام می‌دهیم.

$$2^{-5} \div 16^3 = 2^{-5} \div 2^{12} = 2^{-5} \div 2^{12} = 2^{-5} \times 2^{-12} = 2^{-17}$$

از طرفی $2^0 = 1$ پس داریم:

$$2^{-17} + 2^{-17} + 1 = 2^{-17}(1 + 1) + 1 = (2^{-17} \times 2) + 1 = 2^{-16} + 1$$

در نتیجه:

$$A = (2^{-16} + 1) \div \frac{1}{2^{-16} - 1} \Rightarrow \frac{2^{-16} + 1}{2^{-16} - 1}$$

۱۳۲ - گزینه ۴ چون نقطه A روی هیچکدام از خط‌ها قرار ندارند مختصات نقطه برخورد دو خط را به دست می‌آوریم و معادله خط گذرنده از این دو نقطه را می‌نویسیم.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ -2x + 5y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x - 4y = 10 \\ -6x + 15y = 12 \end{cases} \Rightarrow 11y = 22 \rightarrow y = 2$$

$$3x - 2y = 5 \xrightarrow{y=2} 3x - 2 \times 2 = 5 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$$

مختصات نقطه برخورد دو خط برابر $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ است.

حال معادله خط گذرنده از دو نقطه $A = \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ را می نویسیم.

$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 2}{-5 - 3} = \frac{-4}{-8} = \frac{1}{2}$$

$$y = ax + b \xrightarrow{a=\frac{1}{2}} y = \frac{1}{2}x + b$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow 2y = x + 1 \Rightarrow x - 2y = -1$$

۱۳۳ - گزینه ۲ طبق فرض سوال داریم:

$$11^6 = 7 \xrightarrow{3^x=11} (3^x)^6 = 7 \rightarrow 3^{xy} = 7(I)$$

$$3^{xy+2} = 3^{xy} \times 3^2 \stackrel{(I)}{=} 7 \times 9 = 63$$

۱۳۴ - گزینه ۲ در این جا چون خبری از پراتنز نیست ابتدا توان به توان می رسد سپس پایه به توان می رسد.

$$x^{3^2} = x^{3 \times 2} = x^6$$

۱۳۵ - گزینه ۳ با دقت به قوانین توان محاسبات را انجام می دهیم:

$$3^{-2^3} \times 3^{-3^2} \times (3^2)^2 = 3^{-8} \times 3^{-9} \times 3^6 = 3^{-11}$$

۱۳۶ - گزینه ۱ از قوانین توان استفاده می کنیم:

$$n^{5n} \times n^{n^{n+1}} = (n^n)^5 \times n^{n^n \times n} = b^5 \times n^{b \times n} = b^5 \times (n^n)^b = b^5 \times b^b = b^{5+b}$$

۱۳۷ - گزینه ۴ شاید در ابتدا فکر کنید چنین چیزی امکان پذیر نیست اما اگر توان دو طرف صفر باشد، امکان پذیر است.

$$5^0 = 7^0 = 1$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{3} - 1 = 0 &\rightarrow \frac{x}{3} = 1 \rightarrow x = 3 \\ 5x - 15 = 0 &\rightarrow 5x = 15 \rightarrow x = 3 \end{aligned} \right\} \rightarrow x = 3$$

۱۳۸ - گزینه ۲ ابتدا تجزیه می کنیم:

$$27^x = 243 \rightarrow (3^3)^x = 3^5 \rightarrow 3^{3x} = 3^5$$

حالا معادله توانی را حل می کنیم:

$$3^x = 5 \rightarrow x = \frac{5}{3}$$

۱۳۹ - گزینه ۴ جمع را به ضرب تبدیل می کنیم؛ داریم:

$$5^4 + 5^4 + \dots + 5^4 = 16 \times 5^4 = 2^4 \times 5^4 = 5^3 \times 2^4 \times 5^4 = 5^3 \times 10^4 = 1250000$$

۱۴۰ - گزینه ۳ فرض سوال را به شکل بهتری می نویسیم:

$$10^{2x-1} = 5 \rightarrow 10^{2x} \div 10 = 5 \rightarrow 10^{2x} = 10 \times 5 \rightarrow 10^{2x} = 50$$

حالا به سراغ صورت سوال می رویم:

$$\frac{(100)^{x+1}}{100} = \frac{(10^2)^{x+1}}{10^2} = \frac{10^{2x+2}}{10^2} = 10^{2x+2-2} = 10^{2x} = 50$$

۱۴۱ - گزینه ۳ فاکتورگیری استفاده می کنیم:

$$\frac{2^{1397} + 2^{1396} + 2^{1395}}{2^{1396}} = \frac{2^{1395}(2^2 + 2 + 1)}{2^{1396}} = \frac{4 + 2 + 1}{2} = \frac{7}{2}$$

۱۴۲ - گزینه ۳ توجه کنید که بین اعداد \div است پس ابتدا به \times تبدیل می کنیم سپس ساده می کنیم:

$$\frac{8^5 \div 2^4}{2^4 \div 8^3} = \frac{8^5 \times \frac{1}{2^4}}{2^4 \times \frac{1}{8^3}} = \frac{8^5 \times 8^3}{2^4 \times 2^4} = \frac{8^8}{2^8} = 2^8 = 256$$

۱۴۱ - گزینه ۲ اعداد را به صورتی می نویسیم که قابل مقایسه باشند:

$$\begin{aligned} 5^{2222} &= (5^2)^{1111} = 25^{1111} \\ 3^{3333} &= (3^3)^{1111} = 27^{1111} \\ 2^{5555} &= (2^5)^{1111} = 32^{1111} \end{aligned}$$

مشخص است که هرچه پایه بزرگتر باشد به خاطر این که توانها برابرند آن عدد بزرگتر است.

۱۴۴ - گزینه ۴ ابتدا اعداد را به صورت توان دار می نویسیم و سپس ساده می کنیم:

$$\frac{15^3 \times \left(\frac{3}{5}\right)^3}{\left(\frac{3}{5}\right)^7 \times 5^6 \times 3^6} = \frac{3^3 \times 5^3 \times 3^3 \times 5^3}{3^7 \times 5^6 \times 3^6 \times 5^3} = \frac{3^6 \times 5^6}{5^9 \times 3^{13}} = \frac{1}{3^8}$$

۱۴۵ - گزینه ۲ از تبدیل جمع به ضرب استفاده می کنیم:

$$(2^{21} + 2^{21} + 2^{21} + 2^{21} + 2^{21})(5^{21} + 5^{21}) = (5 \times 2^{21})(2 \times 5^{21}) = 5^{22} \times 2^{22} = 10^{22}$$

۱۴۶ - گزینه ۳ ابتدا اعداد را به صورت توان دار می نویسیم سپس ساده می کنیم:

$$\frac{9^{n+1} \times 5^{2n+1}}{225^n} = \frac{(3^2)^{n+1} \times 5^{2n+1}}{(15^2)^n} = \frac{3^{2n+2} \times 5^{2n+1}}{15^{2n}} = \frac{3^{2n+2} \times 5^{2n+1}}{3^{2n} \times 5^{2n}} = 3^2 \times 5 = 45$$

۱۴۷ - گزینه ۱

$$\frac{729 \times 196}{216 \times 225} = \frac{3^6 \times 14^2}{6^3 \times 15^2} = \frac{3^6 \times 2^2 \times 7^2}{2^3 \times 3^3 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{3^6 \times 2^2 \times 7^2}{3^5 \times 2^3 \times 5^2} = \frac{3 \times 7^2}{2 \times 5^2}$$

از آن جایی که سوال $\frac{2}{3}$ عبارت بالا را خواسته در $\frac{2}{3}$ ضرب می کنیم:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3 \times 7^2}{2 \times 5^2} = \frac{7^2}{5^2} = \left(\frac{7}{5}\right)^2$$

۱۴۸ - گزینه ۴ مجذور یعنی به توان ۲ و مکعب یعنی به توان ۳ به این ترتیب خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} (0.4)^2 - (0.4)^3 &= \left(\frac{4}{10}\right)^2 - \left(\frac{4}{10}\right)^3 = \frac{(2^2)^2}{10^2} - \frac{(2^2)^3}{10^3} = \\ \frac{2^4}{100} - \frac{2^6}{1000} &= \frac{160}{1000} - \frac{64}{1000} = \frac{16}{1000} - \frac{64}{1000} = \frac{96}{1000} = 0.096 \end{aligned}$$

۱۴۹ - گزینه ۲ نکته: اعداد بین صفر و یک هر چه به توان بزرگتر برسند کوچکتر می شوند.

طبق نکته بالا متوجه می شویم که:

$$a^{19} < a^{17} < a^{11}$$

۱۵۰ - گزینه ۲

$$2^n = 100, 16^n = (2^4)^n = (2^n)^4 \Rightarrow \sqrt[4]{16^n} = (2^n)^2 = 100 \times 100 = 10000 \quad (1)$$

$$2^{-n+3} = 2^{-n} \times 2^3 = \frac{1}{2^n} \times 8 = \frac{8}{100} \quad (2)$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt[4]{16^n}}{2^{-n+3}} \stackrel{(1), (2)}{=} \frac{10000}{\frac{8}{100}} = \frac{1000000}{8} = 1,25 \times 10^5$$

۱۵۱ - گزینه ۲

$$-(-5)^{-2} = -\left(\frac{1}{-5}\right)^2 = -\frac{1}{25}$$

بررسی گزینه ها:

$$X \quad -(-5)^2 = -25 \quad \text{گزینه ۱:}$$

$$\checkmark \quad -(-5^{-1})^2 = -\left(-\frac{1}{5}\right)^2 = -\frac{1}{25} \quad \text{گزینه ۲:}$$

$$X \quad -(-5^2)^{-1} = -(-25)^{-1} = \frac{1}{25} \quad \text{گزینه ۳:}$$

$$X \quad -(-5^{-2}) = -\left(-\frac{1}{25}\right) = \frac{1}{25} \quad \text{گزینه ۴:}$$

$$152 - 3 \text{ گزینه } \frac{2^0}{3} - 3^{-2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} = \frac{3-1}{9} = \frac{2}{9}$$

۱۵۲ - گزینه ۳ سرعت نور را در مدت زمان حرکت که ۹۰ s است ضرب می کنیم:

$$\text{مسافت طی شده} = 3 \times 10^8 \times 90 = 270 \times 10^8 = 2.7 \times 10^{10}$$

۱۵۲ - گزینه ۴

$$\begin{aligned} 59 \times 10^{-2} & \quad 1.5 \times 10^{-2} \\ 3.7 \times 10^{-2} & \quad 0.704 \times 10^{-2} \end{aligned}$$

واضح است گزینه ۴ کوچکتر است.

۱۵۵ - گزینه ۴

$$6 \times 10^8 km = 6 \times 10^{11} m$$

$$\frac{6 \times 10^{11}}{3 \times 10^8} = 2 \times 10^3 = 2000 \text{ ثانیه}$$

۱۵۶ - گزینه ۲ با تقسیم فاصله زمین، خورشید مدت زمان طی کردن آن بدست می‌آید:

$$\frac{15 \times 10^{10}}{3 \times 10^8} = x \Rightarrow 5 \times 10^2 = 500 \text{ ثانیه}$$

ثانیه	دقیقه
۶۰	۱
۵۰۰	$x \Rightarrow 8,3$ دقیقه

۱۵۷ - گزینه ۳

شعاع زمین برابر است با:

$$\frac{1,3 \times 10^7}{2} = 0,65 \times 10^7$$

$$\text{مساحت دایره} = \pi r^2 = \pi (0,65 \times 10^7)^2 = (0,4225 \times 10^{14}) \times \pi$$

۱۵۸ - گزینه ۱

$$(10^{-2})^{-5} \times 1,00004 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-5} \times (10^{-4})^{-5}$$

$$= 10^{10} \times 1,00004 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-5} \times 10^{20} = 2,00008 \times 10^{30}$$

۱۵۹ - گزینه ۴

$$3 \times 10^{-5} \times 9,3 \times 10^{-5} \times (1 \times 10^{-3})^{-2} = 27,9 \times 10^{-10} \times 10^6 = 27,9 \times 10^{-4} = 2,79 \times 10^{-3}$$

گزینه ۳ - ۱۶۰

$$\frac{3^3 \times 10^{-5} \times 2^2 \times 3^3 \times 5 \times 3 \times 5^4 \times 2^2 \times 10^2}{2^2 \times 5 \times 10^{-2} \times 5^3 \times 10^{-2} \times 3^4} = \frac{3^7 \times 2^4 \times 5^5 \times 10^{-3}}{2^4 \times 5^4 \times 3^4 \times 10^{-4}} = 135 \times 10 = 1,350 \times 10^3$$

۱۶۱ - گزینه ۴

$$\frac{0,169 \times 0,0002}{0,013 \times 10^{-6}} = \frac{169 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{-4}}{13 \times 10^{-3} \times 10^{-6}} = \frac{26 \times 10^{-7}}{10^{-9}} = 26 \times 10^{-7-(-9)} = 26 \times 10^2$$

۱۶۲ - گزینه ۱

$$0,065 \times 10^{-1394} + 723 \times 10^{-1395} = 0,065 \times 10^{-1394} + 72,3 \times 10^{-1394}$$

$$= 10^{-1394} (0,065 + 72,3) = 10^{-1394} \times 72,365 = 7,2365 \times 10^{-1393}$$

۱۶۳ - گزینه ۱

$$\text{جرم خورشید} = 198 \times 10^{28} kg = 198 \times 10^{28} \times 10^3 gr = 198 \times 10^{31} gr$$

$$\Rightarrow \frac{\text{جرم خورشید}}{\text{جرم نوترون}} = \frac{198 \times 10^{31}}{167 \times 10^{-25}} = \frac{198 \times 10^{31}}{167 \times 10^{-26}} = \frac{198}{167} \times 10^{31-(-26)} = \frac{198}{167} \times 10^{57} \simeq 1,18 \times 10^{57}$$

۱۶۴ - گزینه ۳

$$1) 3,5 \times 10^{-2} = 0,35$$

$$2) 5,3 \times 10^{-3} = 0,0053$$

$$3) 35 \times 10^{-5} = 0,00035$$

$$4) 0,53 \times 10^{-2} = 0,0053$$

۱۶۵ - گزینه ۲

$$0,0003 \times 2700 = 3 \times 10^{-4} \times 27 \times 10^2 = 81 \times 10^{-2} = 0,81$$

بزرگترین مقدار جای خالی ۱- است که حاصل $0,8 \times 10^{-1}$ که ۸ از ۰,۸ بزرگتر است.

۱۶۶ - گزینه ۳

$$84,8 \times 10^8 \times 125 = 84,8 \times 12,5 \times 10^8 = 10600 \times 10^8$$

$$= 1,06 \times 10^4 \times 10^8 = 1,06 \times 10^{12}$$

۱۶۷ - گزینه ۴

$$\frac{25,1 \times 10^4 \times 0,000012}{0,00002 \times 10^{-6}} = \frac{25,1 \times 10^4 \times 12 \times 10^{-6}}{2 \times 10^{-5} \times 10^{-6}} = 25,1 \times 6 \times 10^{4-(-5)}$$

$$= 150,6 \times 10^9 = 1,506 \times 10^{11}$$

۱۶۸ - گزینه ۲

$$75 \times 10^{-2} \times 10^{-6} + 0,63 \times 10^{-6} = 0,75 \times 10^{-6} + 0,63 \times 10^{-6}$$

$$= 10^{-6}(0,75 + 0,63) = 1,38 \times 10^{-6}$$

۱۶۹ - گزینه ۱ کوچکترین عدد سرور مورد نیاز برابر با ۳۲۵۲۳۴۵۲ است که هم عدد ۳۲۵۴۵ و هم عدد ۵۲۳۴۵۲ به ترتیب ارقام در آن دیده می شود. عدد ۳۲۵۲۳۴۵۲ تقریباً برابر است با ۳۲۰۰۰۰۰۰ که نماد علمی آن مساوی $3,2 \times 10^7$ است.

۱۷۰ - گزینه ۱

$$\frac{1,7 \times 10^{-24}}{9,1 \times 10^{-28}} = \frac{1,7}{9,1} \times 10^{-24-(-28)} = 0,187 \times 10^4$$

۱۷۱ - گزینه ۱ توجه کنید که:

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{n} = \frac{(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$$

پس هرچه n بزرگتر شود، $\sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ کوچکتر می شود.

۱۷۲ - گزینه ۴ فرض کنید m و n دو عدد طبیعی هستند که نسبت به هم اول اند و $\frac{m}{n} = 100\%$ ؛ در این صورت $100n^1 - m^1 = 0$ و بنابراین $100 \mid m^1$ و در نتیجه $2 \mid m$ ؛ پس $2^1 \mid m^1$ و در نتیجه $100 \mid 100n^1$ به این ترتیب، $2^1 \mid n^1$ که نتیجه می دهد $2 \mid n$ ، در حالی که m و n را نسبت به هم اول فرض کرده بودیم. سه گزینه ی اول به ترتیب عبارت اند از ۲، ۵، ۱۰.

۱۷۳ - گزینه ۳

$$\sqrt{1,5} + \sqrt{x} = 2 \xrightarrow[\text{۲ برسانیم}]{\text{طرفین را به توان}} 1,5 + \sqrt{x} = 4 \Rightarrow \sqrt{x} = 4 - 1,5 = 2,5$$

$$\xrightarrow[\text{۲ برسانیم}]{\text{طرفین را به توان}} x = 2,5^2 = 6,25$$

۱۷۴ - گزینه ۲ برای به دست آوردن مجذور کامل بعدی باید از مجذور کامل قبلی جذر بگیریم و به آن یک واحد اضافه کنیم و به توان ۲ برسانیم تا مجذور کامل بعدی معلوم شود.

$$1, 4, 9, 25, \boxed{36}$$

$$\sqrt{25} = 5 \quad (5+1)^2 = 6^2 = 36$$

$$\sqrt[2]{\partial^2} = |\partial| \quad (\partial+1)^2 \rightarrow \sqrt[2]{(\partial+1)^2} = \partial+1$$

$$(\partial+1+1)^2 = (\partial+2)^2 = \partial^2 + 4 + 4\partial$$

نکته: اگر در صورت سؤال ∂^2 توان نداشت (یعنی برای یافتن دومین مجذور بعد از ∂):

$$\text{مجزور بعدی} \quad \text{جذر بعدی} \quad \partial \rightarrow \sqrt{\partial} + 2 \rightarrow (\sqrt{\partial} + 2)^2 = (\sqrt{\partial})^2 + 4\sqrt{\partial} + 2^2 = \partial + 4\sqrt{\partial} + 4$$

۱۷۵ - گزینه ۱ آن دو عدد را x و $x+1$ در نظر می گیریم:

$$S = x + x + 1 = 2x + 1$$

$$(x+1)^2 - x^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 = 2x + 1 = S$$

۱۷۶ - گزینه ۴

$$\left(\frac{9^{-5}(1+9^{-1}+9^{-2})}{9^{-5}} + \frac{9^{17}(9+1)}{9^{17}} \right) \times 81$$

$$= \left[(1+9^{-1}+9^{-2}) + (9+1) \right] \times 81 = \left[1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{81} + 10 \right] \times 81$$

$$= 81 + \frac{81}{9} + \frac{81}{81} + 810 = 81 + 9 + 1 + 810 = 901$$

۱۷۱ - گزینه ۴

$$a = 4^{1-x}, b = 2^{x+1} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{4^{1-x}}{2^{x+1}} = \frac{2^{2-2x}}{2^{x+1}} = \frac{1}{2} = 2^{-2}$$

$$\Rightarrow 2^{2-2x-(x+1)} = 2^{-2} \Rightarrow 2 - 2x - x - 1 = -2$$

$$\Rightarrow \mathfrak{V}x = \mathfrak{V} \Rightarrow x = 1$$

حال با جایگذاری مقدار x در $a = 4^{1-x}$ و $b = 2^{x+1}$ داریم:

$$a = \mathfrak{r}^\circ = 1, \quad b = \mathfrak{r}^\mathfrak{r} = \mathfrak{r}$$

$$a + b + x = 1 + 4 + 1 = 6$$

۱۷۸ - گزینه ۱

$$\begin{aligned} \frac{0.125^r \times 0.1^f}{1^r \times 10^{-r}} &= \frac{(125 \times 10^{-3})^r \times (1 \times 10^{-1})^f}{1^r \times 10^{-r}} \\ &= \frac{125^r \times 1^f \times 10^{-3r} \times 10^{-f}}{\cancel{1^r} \times 10^{-r}} = 125^r \times 10^{-1r} = \end{aligned}$$

$$5^3 \times 100^3 \times 10^{-12} = 125 \times (10^2)^3 \times 10^{-12} = 125 \times 10^{-6} = 1,25 \times 10^{-4}$$

۱۷۹ - گزینه ۳ ابتدا عبارت را ساده می‌کنیم سپس به صورت نماد علمی می‌نویسیم:

$$\frac{\frac{33}{\cancel{f} \cdot 100} \times 12,3}{\cancel{33} \times \cancel{100}} = \frac{\frac{f}{\cancel{33}} \times 12,3}{\cancel{33} \times 1} = \frac{f \times \cancel{12,3}}{\cancel{33}} = 12,3 \rightarrow 1,23 \times 10$$

۱۸۰- گزینه ۳ $\sqrt{7} \times 10^{-2}$ چون $\sqrt{7}$ عدد اعشاری نیست پس این عدد نماد علمی نیست.

$10^5 \times 2,3$ و $10^{15} \times (\frac{1}{3})^{-1} = 10^{15} \times 3$ هر دو به صورت نماد علمی هستند.

۱۸۱ - گزینه ۲

$$\frac{|a - b|}{b - a} = \frac{a - b}{-(a - b)} = -1$$

۱۸۲ - گزینه ۴

$$\sqrt[p_F]{\Delta^{p_D}} \times \sqrt[p_F]{\Delta^{p_W}} = \sqrt[p_F]{\Delta^{p_A}} = \Delta^r = p_D$$

۱۸۳ - گزینه ۲

[illegible]

۱۸۴ - گزینه ۲

$$\sqrt[1]{\Delta r_0} \times \sqrt[1]{r^r_0} = \Delta \frac{r_0}{1_0} \times r \frac{r_0}{1_0} = \Delta^r \times r^r = r\Delta \times 1 = r_0.$$

۱۸۵ - گزینه ۲

$$\overset{26}{\underset{13}{3}} \times \overset{39}{\underset{13}{2}} = \overset{2}{\underset{1}{3}} \times \overset{3}{\underset{1}{2}} = 9 \times 8 = 72$$

۱۸۶ - گزینه ۲

$$\sqrt[3]{p^3} \times \sqrt{p^4} \times \sqrt[5]{p} = p^{\frac{3}{3}} \times p^{\frac{4}{2}} \times p^{\frac{1}{5}} = p^{\frac{11}{5}}$$

۱۸۷ - گزینه ۳

$$\frac{1}{r^{\frac{1}{r}}} \times r^{\frac{1}{r}} \times \sqrt[r]{r} = r^{-\frac{1}{r}} \times r^{\frac{1}{r}} \times r^{\frac{1}{r}} = r^{-\frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \frac{1}{r}} = r^{\frac{1}{r}}$$

۱۸۸ - گزینه ۳

$$5\sqrt{49 \times 2} - 3\sqrt{25 \times 2} = 35\sqrt{2} - 15\sqrt{2} = 20\sqrt{2} = \sqrt{800}$$

۱۸۹ - گزینه ۳

$$\sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{x^{10}}}}}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{x^6}}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$\sqrt[r]{r \times r^r} = \sqrt[r]{r^r} = r$$

۱۹۰ - گزینه ۴

$$\sqrt[6]{(y - \sqrt{z})^2} \times \sqrt[6]{y + \sqrt{z}} = \sqrt[6]{(y - \sqrt{z})^2 \times (y + \sqrt{z})} = \sqrt[6]{y^2 - z} = 1$$

۱۹۱ - گزینه ۳

$$\sqrt[12]{\Delta^8} \times \sqrt[12]{\Delta^{18}} \times \sqrt[12]{\Delta^9} \times \sqrt[12]{\Delta} = \sqrt[12]{\Delta^8 \times \Delta^{18} \times \Delta^9 \times \Delta} = \sqrt[12]{\Delta^{36}} = \Delta^3 = 125$$

۱۹۲ - گزینه ۴

$$\frac{\sqrt[3]{10^{12}}}{\sqrt[3]{10^5}} = \sqrt[3]{10^7} = 10$$

۱۹۳ - گزینه ۲

$$\sqrt{\sqrt{2} \times \sqrt{8}} = \sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt{4} = 2$$

۱۹۴ - گزینه ۱

$$\sqrt{6} \approx 2,4 \Rightarrow 5 + 2,4 = 7,4 \rightarrow \sqrt{7,4} \approx 2,7$$

$$4 + 2,7 = 6,7 \rightarrow \sqrt{6,7} \approx 2,5$$

$$3 + 2,5 = 5,5 \rightarrow \sqrt{5,5} \approx 2,3$$

$$2 + 2,3 = 4,3 \rightarrow \sqrt{4,3} \approx 2$$

$$2 + 1 = 3 \rightarrow \sqrt{3} \approx 1,7 \Rightarrow 1 < A < 2$$

۱۹۵ - گزینه ۴

$$\sqrt[3]{A} = \frac{2}{5} \xrightarrow{\text{به توان ۳}} A = \frac{8}{125}$$

$$\sqrt{A} = \sqrt{\frac{8}{125}} = \frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{5}} \xrightarrow[\text{در } \sqrt{5} \text{ ضرب می‌کنیم}]{\text{صورت و مخرج را}} \frac{2\sqrt{10}}{25}$$

۱۹۶ - گزینه ۲

$$\frac{3^2}{\sqrt[3]{9^2}} \times \sqrt[3]{3^5} = \frac{9}{\sqrt[3]{81}} \times \sqrt[3]{243} = 9 \times \frac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[3]{81}} = 3^2 \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3^9 \times 3} = (\sqrt[3]{3})^9$$

۱۹۷ - گزینه ۴ چون طبق فرض سوال عدد بین صفر و یک است پس جذر عدد از خودش بزرگتر و مجذور عدد از خودش کوچکتر است.

۱۹۸ - گزینه ۱ تنها عبارت (الف) صحیح است.

۱۹۹ - گزینه ۲

$$\frac{\sqrt[3]{20} \times \sqrt[3]{25}}{\frac{\sqrt[3]{30}}{\frac{\sqrt[3]{60}}{\sqrt[3]{2}}}}} = \frac{\sqrt[3]{500}}{\frac{1}{\sqrt[3]{2}}}} = \sqrt[3]{1000} = 10$$

۲۰۰ - گزینه ۴

$$\sqrt[4]{4^{(-4)^{-4}}} = \sqrt[4]{4^a} = (4^a)^{\frac{1}{4}} = (4^{\frac{1}{4}})^a = (\sqrt[4]{4})^a = 2^a = 2^{4^{(-4)^{-4}}}$$

 ۲۰۱ - گزینه ۳ رقم یکان a باید ۹ باشد و 19^3 و 10^3 و 20^3 است.

 ۲۰۲ - گزینه ۴ چون $(10 - 1)^2 = 81$ و $(10 + 1)^2 = 121$ فقط n هایی در شرط مسئله صدق می‌کنند که $82 \leq n \leq 120$ تعداد این عددها برابر است با: $120 - 82 + 1 = 39$

 ۲۰۳ - گزینه ۴ می‌توان نوشت: $b = \sqrt{1920}$ و $c = \sqrt{2430}$

۲۰۴ - گزینه ۳

۲۰۵ - گزینه ۳ ابتدا پایه‌ها را تجزیه می‌کنیم:

$$\sqrt{5^6 \times 8^2 \times 9^3} = \sqrt{5^6 \times (2^3)^2 \times (3^2)^3} = \sqrt{5^6 \times 2^6 \times 3^6} = \sqrt{30^6} = 30^3$$

۲۰۶ - گزینه ۳

$$\sqrt{\sqrt{(x^4)^2 \times x^{16}}} = \sqrt{\sqrt{x^8 \times x^{16}}} = \sqrt{\sqrt{x^{24}}} = \sqrt{x^{12}} = x^6$$

۲۰۷ - گزینه ۳

$$\sqrt{0,049} \neq 0,07 \text{ چون } 0,07 \times 0,07 = 0,0049$$

$$\sqrt{0,0049} = 0,07$$

۲۰۸ - گزینه ۳

$$\sqrt{1661521} = 1289$$

تعداد صفرهای مجذور کامل (اگر داشته باشد) زوج است پس گزینه‌ی ۲ مجذور کامل نیست. اولین رقم سمت راست هیچ مجذور کاملی ۲، ۳، ۵، ۷ نمی‌تواند باشد پس گزینه‌ی ۱ و ۴ هم مجذور کامل نیستند.

$$\sqrt{\frac{16}{16} \times \frac{16}{16} \times \frac{16}{16} \times \dots \times \frac{16}{49}} = \sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{4}{7}$$

۲۱۰ - گزینه ۱ به بررسی اعداد می پردازیم:

$$\begin{aligned} 5\sqrt{2} &= \sqrt{50} \rightarrow \sqrt{50} > \sqrt{49} \rightarrow \sqrt{50} > 7 \\ 2^3\sqrt{10} &= \sqrt[3]{80} \rightarrow \sqrt[3]{80} < \sqrt[3]{343} \rightarrow \sqrt[3]{80} < 7 \\ 2\sqrt{11.5} &= \sqrt{46} \rightarrow \sqrt{46} < \sqrt{49} \rightarrow \sqrt{46} < 7 \\ -4^3\sqrt{-7} &= \sqrt[3]{-448} \rightarrow \sqrt[3]{-448} > \sqrt[3]{-343} \rightarrow \sqrt[3]{-448} > -7 \\ \sqrt{(-2)^6} &= \sqrt{64} \rightarrow 8 > 7 \rightarrow \sqrt{64} > 7 \end{aligned}$$

پس فقط ۳ عدد بزرگتر از ۷ هستند.

۲۱۱ - گزینه ۱ $\sqrt{4.36} = 2.09$ و $\sqrt{234.09} = 15.3$ است پس باید اعداد صحیح ۳ تا ۱۵ را حساب کنیم که برابر است با $15 - 3 + 1 = 13$

۲۱۲ - گزینه ۳ در عبارت $0 < x < 1$ ما x را ۰٫۲۵ در نظر گرفته و جایگذاری می کنیم.

گزینه ۱ نادرست است $\sqrt{x} < x < x^2 \rightarrow \sqrt{0.25} < 0.25 < (0.25)^2 \rightarrow 0.5 < 0.25 < 0.0625$

گزینه ۲ نادرست است $\sqrt{x} < x^2 < x \rightarrow \sqrt{0.25} < (0.25)^2 < 0.25 \rightarrow 0.5 < 0.0625 < 0.25$

گزینه ۳ درست است $x^2 < x < \sqrt{x} \rightarrow (0.25)^2 < 0.25 < \sqrt{0.25} \rightarrow 0.0625 < 0.25 < 0.5$

گزینه ۴ نادرست است $x < \sqrt{x} < x^2 \rightarrow 0.25 < \sqrt{0.25} < (0.25)^2 \rightarrow 0.25 < 0.5 < 0.0625$

روش دوم: نکته: اگر a بین صفر و یک باشد هرچه توانش بالاتر باشد کوچکتر می شود پس:

$$a^2 < a < \sqrt{a}$$

۲۱۳ - گزینه ۳ نکته: اگر n فرد باشد $\sqrt[n]{a^m} = a$ و اگر n زوج باشد $\sqrt[n]{a^m} = |a|$ طبق نکته بالا چون فرجه و توان زیررادیكال فرد است پس $\sqrt[3]{(2 - \sqrt{5})^3} = 2 - \sqrt{5}$

۲۱۴ - گزینه ۴ چون توان زیررادیكال و فرجه زوج هستند. پس:

$$\sqrt[4]{(x-1)^4} = |x-1| \begin{cases} x-1 & x \geq 1 \\ -x+1 & x < 1 \end{cases}$$

۲۱۵ - گزینه ۲

$$\sqrt[6]{(2 - \sqrt{5})^6} = |2 - \sqrt{5}| \begin{cases} 2 - \sqrt{5} & \times \\ -2 + \sqrt{5} & \checkmark \end{cases}$$

۲۱۶ - گزینه ۴ به ازای n های زوج رابطه بالا برقرار است.

۲۱۷ - گزینه ۴

$$\sqrt{ab^2c^3} \times \sqrt{-a^2b^2c} = 2 \Rightarrow \sqrt{(ab^2c^3)(-a^2b^2c)} = 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{-a^3b^4c^4} = 2 \Rightarrow \sqrt{-ab(a^2b^3c^4)} = |ab^2c^2| \sqrt{-ab} = 2$$

چون زیررادیكال باید مثبت باشد پس $ab < 0$, $-ab > 0$

۲۱۸ - گزینه ۳ در ادعای اول چون b داخل قدر مطلق نیست پس غلط است اما ادعای دوم و سوم صحیح است.

۲۱۹ - گزینه ۳ بررسی عبارت ها:

الف) نادرست

$$(-2^4)^{-3} = \frac{1}{(-2^4)^3} = \frac{1}{-2^{12}} = -2^{-12}$$

ب) درست

$$\frac{6}{\sqrt{\frac{3}{2}}} \times \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\frac{3}{2}}} = \frac{6\sqrt{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} = 4\sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{6}}{2} = 2\sqrt{6}$$

ج) درست

$$\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2} = 3 \times \sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{27 \times 2} = \sqrt[3]{54}$$

$$-\sqrt[3]{-125} = -(-5) = 5$$

۲۲۰ - گزینه ۱ باتوجه به اینکه برای رادیکالها با فرجه یکسان می توانیم آنها را در هم ضرب یا تقسیم کنیم، داریم:

$$\frac{\sqrt[3]{25} \times \sqrt[3]{-20}}{\sqrt[3]{30} \div \sqrt[3]{60}} = \frac{\sqrt[3]{25 \times (-20)}}{\sqrt[3]{\frac{30}{60}}} =$$

$$\frac{\sqrt[3]{25 \times (-20)}}{\sqrt[3]{\frac{1}{2}}} = \sqrt[3]{\frac{25 \times (-20)}{\frac{1}{2}}} = \sqrt[3]{2 \times 25 \times (-20)} = \sqrt[3]{-1000} = -10$$

بررسی گزینه ها: گزینه ۲ - ۲۲۱:

(گزینه ۱: درست است، مثال: ریشه های دوم عدد ۲۵ برابر ۵ و -۵ است، پس $\frac{5}{-5} = -1$ (ریشه های دوم هر عدد با هم قرینه هستند

گزینه ۲: نادرست است، نماد علمی عدد ۱۳۹۶۰۰۰ به صورت 1.396×10^6 است

گزینه ۳: درست است، هر عدد یک ریشه سوم دارد

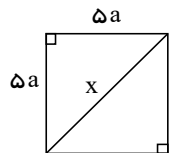
گزینه ۴: درست است $(-\frac{1}{2})^{-3} = (-2)^3 = -8$

۲۲۲ - گزینه ۴ حجم مکعبی به ضلع a برابر است با a^3 ، در نتیجه برای به دست آوردن ضلع مکعب با داشتن حجم آن کافی است، از مقدار حجم آن ریشه سوم بگیریم. $\sqrt[3]{125a^3} = 5a$ پس ضلع مکعب برابر $5a$ است، حال باتوجه به رابطه فیثاغورس قطر قاعده آن را به دست می آوریم.

$$(5a)^2 + (5a)^2 = x^2$$

$$25a^2 + 25a^2 = x^2$$

$$\Rightarrow 50a^2 = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{50a^2} = 5\sqrt{2}a$$



۲۲۳ - گزینه ۱ روش هر دو درست است. چون در صورت سوال گفته که $\sqrt{18a^3b^8}$ عدد حقیقی است و چون عبارت b^8 نامنفی است پس قطعاً a باید نامنفی باشد، بنابراین وجود قدرمطلق تاثیری در جواب ندارد، بنابراین روش علی و مهدی درست است.

۲۲۴ - گزینه ۳

$$\frac{\sqrt{10} + \sqrt{4 \times 10} + \sqrt{9 \times 10} + \sqrt{16 \times 10}}{\sqrt{25 \times 2} + \sqrt{49 \times 2} + \sqrt{64 \times 2}} = \frac{\sqrt{10} + 2\sqrt{10} + 3\sqrt{10} + 4\sqrt{10}}{5\sqrt{2} + 7\sqrt{2} + 8\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{10}}{20\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{10}}{5\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

۲۲۵ - گزینه ۲ اگر تمام عبارت های فرض سوال را در هم ضرب کنیم خواهیم داشت:

$$a^2c \times ab^2 \times bc^2 = a^3b^3c^3 = 7^3 \times 5^3$$

حالا ریشه سوم می گیریم تا abc بدست آید:

$$\sqrt[3]{a^3b^3c^3} = \sqrt[3]{7^3 \times 5^3} = 7 \times 5 = abc \rightarrow abc = 35$$

۲۲۶ - گزینه ۲

$$\sqrt{6+2\sqrt{5}} \times \sqrt{\sqrt{5}-1} = \sqrt{6+2\sqrt{5}} \times \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} =$$

$$\sqrt{6+2\sqrt{5}} \times \sqrt{5+1-2\sqrt{5}} = \sqrt{6+2\sqrt{5}} \times \sqrt{6-2\sqrt{5}} =$$

$$\sqrt{(6+2\sqrt{5})(6-2\sqrt{5})} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{5})^2} = \sqrt{36-20} = \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = \sqrt[4]{4}$$

۲۲۱ - گزینه ۳ نکته: اعدادی که یکان آنها ۲، ۳، ۷ و ۸ باشد هرگز جذر دقیق ندارند به عبارت دیگر اعدادی که مجذور کامل دارند یکان آنها ارقام ۱، ۴، ۵، ۶ و ۹ است. طبق نکته فوق عدد $xyzt$ امکان دارد جذر کامل داشته باشد.

۲۲۱ - گزینه ۲ یادآوری:

$$\sqrt[n]{x^n} = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \\ |x| & x \text{ خبر نداریم} \end{cases}$$

می‌دانیم $a < b$ ، هستند پس طبق یادآوری بالا داریم:

$$\frac{\sqrt[5]{(a+b)^5}}{\sqrt[4]{(a+b)^4}} = \frac{(a+b)}{-(a+b)} = -1$$

(هنگامی که a و b منفی مجموع آن‌ها نیز منفی خواهد بود.)

۲۲۹ - گزینه ۴ نکته: رابطه تبدیل رادیکال به توان داریم:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

طبق نکته بالا خواهیم داشت:

$$\sqrt[3]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{\sqrt[3]{16}} = \sqrt[3]{\frac{1}{16}}$$

۲۳۰ - گزینه ۲ از درونی‌ترین رادیکال شروع به محاسبات می‌کنیم:

$$\sqrt{\sqrt{25x+5} \sqrt{13+3\sqrt{2^3+3^3-1}}} = \sqrt{\sqrt{25x+5} \sqrt{13+3 \times 4}} = \sqrt{\sqrt{25x+5} \sqrt{25}} = \sqrt{25x+25}$$

$$\Rightarrow \sqrt{25x+25} = 10 \rightarrow 25x+25 = 100 \rightarrow 25x = 75 \rightarrow x = 3$$

۲۳۱ - گزینه ۳

$$(4 + \sqrt{15}) \sqrt{(\sqrt{10} - \sqrt{6})^2} \sqrt{4 - \sqrt{15}}$$

$$= (4 + \sqrt{15}) \sqrt{16 - 4\sqrt{15}} \cdot \sqrt{4 - \sqrt{15}} = (4 + \sqrt{15}) \times 2\sqrt{4 - \sqrt{15}} \cdot \sqrt{4 - \sqrt{15}}$$

$$= 2(4 + \sqrt{15})(4 - \sqrt{15}) = 2(16 - 15) = 2$$

۲۳۲ - گزینه ۲ عبارت‌های رادیکالی را تا حد امکان در صورت و مخرج عبارت ساده می‌کنیم.

$$\frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{45} - \sqrt{20} + \sqrt{125}} = \frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{9 \times 5} - \sqrt{4 \times 5} + \sqrt{25 \times 5}}$$

$$= \frac{5 + \sqrt{5}}{3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 5\sqrt{5}} = \frac{5 + \sqrt{5}}{6\sqrt{5}}$$

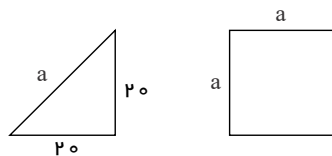
حال مخرج عبارت به دست آمده را گویا می‌کنیم:

$$\frac{5 + \sqrt{5}}{6\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(5 + \sqrt{5})}{30} = \frac{5\sqrt{5} + 5}{30} = \frac{5(\sqrt{5} + 1)}{30} = \frac{\sqrt{5} + 1}{6}$$

۲۳۳ - گزینه ۴

$$A = \sqrt{\frac{648 + 1 + 36}{81}} = \sqrt{\frac{685}{81}} = \frac{\sqrt{685}}{9}$$

۲۳۴ - گزینه ۳ با توجه به اینکه اضلاع مربع و قطر آن تشکیل مثلث قائم‌الزاویه می‌دهند می‌توان نوشت:



$$a^2 = 20^2 + 20^2 \Rightarrow a^2 = 800$$

$$a = \sqrt{800} = 20\sqrt{2} \text{، ضلع مربع جدید}$$

$$\text{محیط مربع جدید} = 4 \times 20\sqrt{2} = 80\sqrt{2}$$

۲۳۵ - گزینه ۴

$$(2 + \sqrt{6})(12 - \sqrt{6}) = 24 - 2\sqrt{6} + 12\sqrt{6} - 6$$

$$= 18 + 10\sqrt{6} = 18 + \sqrt{600}$$

۲۳۶ - گزینه ۴

$$|2\sqrt{5} - 5\sqrt{2}| - |5\sqrt{2} - 2\sqrt{5}| = -2\sqrt{5} + 5\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 2\sqrt{5} = 0$$

۲۳۷ - گزینه ۳ می‌دانیم $\sqrt[4]{64} = \sqrt[4]{8^2} = \sqrt{8}$ و $\sqrt[4]{9} = \sqrt[4]{3^2} = \sqrt{3}$ می‌دانیم

$$2\sqrt{9 \times 2} - \sqrt{16 \times 9 \times 2} + \sqrt{4 \times 3} - \sqrt{3} - \sqrt{8}$$

$$= 6\sqrt{2} - 12\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - \sqrt{3} - 2\sqrt{2} = \sqrt{3} - 8\sqrt{2}$$

۲۳۸ - گزینه ۱

$$\sqrt[3]{8 \times 3} - 4\sqrt{25 \times 2} + 10\sqrt{4 \times 2} - \sqrt[3]{3} = 2\sqrt[3]{3} - 20\sqrt{2} + 20\sqrt{2} - \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3}$$

۲۳۹ - گزینه ۲

$$\left. \begin{aligned} 3\sqrt{2} - \sqrt{27} = 3\sqrt{2} - 3 \Rightarrow \text{عبارتی مثبت} \\ -3 - \sqrt{18} = -3 - 3\sqrt{2} \Rightarrow \text{عبارتی منفی} \end{aligned} \right\} \rightarrow \underbrace{|3\sqrt{2} - 3|}_{\text{مثبت}} + \underbrace{|-3 - 3\sqrt{2}|}_{\text{منفی}}$$

$$= 3\sqrt{2} - 3 + 3 + 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2} = 2\sqrt{18}$$

۲۴۰ - گزینه ۳

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}}{\sqrt{15}} = \frac{\frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3} - \sqrt{5} \times \sqrt{5}}{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}}{\sqrt{15}} = \frac{\frac{3-5}{\sqrt{15}}}{\sqrt{15}} = \frac{-2}{15}$$

۲۴۱ - گزینه ۳

$$\frac{2 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} - \frac{(\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} + 1) \times (\sqrt{2} - 1)} = \frac{2\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2} - 1}{2 - 1} = \sqrt{2} - (\sqrt{2} - 1) = +1$$

۲۴۲ - گزینه ۲

$$۱) \frac{\sqrt{3}}{1} - \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3})^2 - 3}{\sqrt{3}} = \frac{3-3}{\sqrt{3}} = 0 \in Q$$

$$۲) \frac{8}{4\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} \notin Q$$

$$۳) \sqrt{12} \times \sqrt{75} = \sqrt{900} = 30 \in Q$$

$$۴) \pi - 3,14 \notin Q$$

گزینه ۴ نیز صحیح است.

۲۴۳ - گزینه ۳

$$(\sqrt{9 \times 3} - 2\sqrt{3} - \sqrt{4 \times 3})^3 = (3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3})^3 = (-\sqrt{3})^3 = -3\sqrt{3}$$

۲۴۴ - گزینه ۲ برای گویا کردن از اتحاد مزدوج استفاده می کنیم:

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{(2 - \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3})} = \frac{(2 - \sqrt{3})^2}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{4 + 3 - 4\sqrt{3}}{4 - 3} = 7 - 4\sqrt{3}$$

$$\text{حاصل عبارت} = 7 - 4\sqrt{3} + \sqrt{48} = 7 - 4\sqrt{3} + \sqrt{16 \times 3} = 7 - 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 7$$

۲۴۵ - گزینه ۴

$$\frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3} \quad \text{و} \quad 2\sqrt{12} = 2\sqrt{4 \times 3} = 4\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = -2\sqrt{3}$$

۲۴۶ - گزینه ۱

$$5\sqrt{64 \times 2} - 3\sqrt{36 \times 2} + 2\sqrt{100 \times 2} + 4\sqrt{49 \times 2} - 4\sqrt{121 \times 2}$$

$$= 5 \times 8\sqrt{2} - 3 \times 6\sqrt{2} + 2 \times 10\sqrt{2} + 4 \times 7\sqrt{2} - 4 \times 11\sqrt{2}$$

$$= 40\sqrt{2} - 18\sqrt{2} + 20\sqrt{2} + 28\sqrt{2} - 44\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2}(40 + 20 - 18 + 28 - 44) = 26\sqrt{2}$$

۲۴۷ - گزینه ۲

$$5\sqrt{16 \times 3} - 8 \div 4 \times 4\sqrt{9 \times 3} = 20\sqrt{3} - 8 \div 4 \times 12\sqrt{3}$$

$$= 20\sqrt{3} - 24\sqrt{3} = -4\sqrt{3}$$

۲۴۸ - گزینه ۴

$$\frac{1}{2 \times \sqrt{16 \times 3} - \sqrt{9 \times 3}} = \frac{1}{4\sqrt{3} - 3\sqrt{3}} = \frac{1}{\cancel{4}\sqrt{3} - \cancel{3}\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{15}$$

۲۴۹ - گزینه ۱

$$\sqrt{\mathbf{r} + \sqrt{\mathbf{r} + (\mathbf{r} \times \mathbf{v})}} = \sqrt{\mathbf{r} + \sqrt{25}} = \sqrt{9} = 3$$

۲۵۰ - گزینه ۳

$$(\lambda - 2\sqrt{16 + 25})^2 = (\lambda - 2\sqrt{41})^2 = (\lambda - 41)^2 = 16$$

۲۵۱ - گزینه ۴

$$\frac{\sqrt{r}(1 + \sqrt{r} + \sqrt{r} + \sqrt{r})}{\sqrt{r}(1 + \sqrt{r} + \sqrt{r} + \sqrt{r})} = \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{r}} = \sqrt{\frac{r}{r}}$$

۲۵۲ - گزینه ۱

$$A = \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\dots}}}}} \Rightarrow A^r = \sqrt{\sqrt{\sqrt{\dots}}}$$

$$\Rightarrow A^r = rA \Rightarrow A^r - rA = 0 \Rightarrow A(A - r) = 0 \Rightarrow \begin{matrix} A = 0 \\ A = r \end{matrix}$$

۲۵۳ - گزینه ۴

$$\begin{aligned} \sqrt{(1 - \frac{1}{\delta})(1 - \frac{1}{\epsilon})(1 - \frac{1}{\gamma}) \cdots (1 - \frac{1}{r_{\infty}})} &= \sqrt{\frac{\cancel{r}}{\cancel{\delta}} \times \frac{\cancel{\epsilon}}{\cancel{\epsilon}} \times \frac{\cancel{\gamma}}{\cancel{\gamma}} \times \cdots \times \frac{\cancel{r_{\infty}}}{r_{\infty}}} \\ &= \sqrt{\frac{r}{r_{\infty}}} = \sqrt{\frac{1}{1_{\infty}}} = \frac{1}{1_{\infty}} \end{aligned}$$

۲۵۴ - گزینہ ۴

$$\frac{\Delta}{\sqrt[3]{\Delta^3}} \times \frac{\sqrt[3]{\Delta}}{\sqrt[3]{\Delta}} = \frac{\Delta \sqrt[3]{\Delta}}{\Delta} = \sqrt[3]{\Delta}$$

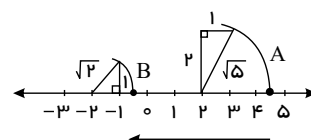
۲۵۵ - گزینه ۲ برای به دست آوردن عدد متناظر برای بردار \overrightarrow{AB} کافی است محل قرار گرفتن نقاط A و B را به دست آوریم.

$$B \text{ نقطة } 1^r + 1^r = x^r \Rightarrow x^r = 2 \Rightarrow x = \sqrt{2}$$

B نقطة: $-2 + \sqrt{2}$

$$A \text{ نقطة } 2^r + 1^r = y^r \Rightarrow y^r = 5 \Rightarrow y = \sqrt{5}$$

A نقطة: $2 + \sqrt{5}$



→
حال برای به دست آوردن عدد متناظر با بردار AB داریم:

$$(A) - (B) \text{ نقطه ابتدا } (A) = -2 + \sqrt{2} - (2 + \sqrt{5})$$

$$= -2 + \sqrt{2} - 2 - \sqrt{5} = -4 + \sqrt{2} - \sqrt{5} = -4 - \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

۲۵۶ - گزینہ ۲

$$2\sqrt{200} - 3\sqrt{27} + \sqrt{50} + 2 \times \sqrt{75} =$$

$$2\sqrt{2 \times 100} - 3\sqrt{9 \times 3} + \sqrt{25 \times 2} + 2\sqrt{25 \times 3} =$$

$$2 \times 10\sqrt{2} - 3 \times 3\sqrt{3} + 5\sqrt{2} + 2 \times 5\sqrt{3} =$$

$$20\sqrt{2} - 9\sqrt{3} + 5\sqrt{2} + 10\sqrt{3}$$

از اعدادی که زیر رادیکال مربع کامل اند جذر گرفته شده و از زیر رادیکال خارج می شوند.

اعدادی که $\sqrt{3}$ دارند، با هم و $\sqrt{2}$ ها را با هم جمع می‌کنیم:

$$25\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

۲۵۷ - گزینه ۲

$$\begin{aligned} \sqrt{2}(2 + \sqrt{2})\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} &= (2\sqrt{2} + 2)\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{(2\sqrt{2} + 2)^2(3 - 2\sqrt{2})} = \sqrt{(8 + 8\sqrt{2} + 4)(3 - 2\sqrt{2})} \\ &= \sqrt{24 - 16\sqrt{2} + 24\sqrt{2} - 32 + 12 - 8\sqrt{2}} = \\ &= \sqrt{24\sqrt{2} - 16\sqrt{2} - 8\sqrt{2} + 24 + 12 - 32} = \sqrt{4} = 2 \end{aligned}$$

۲۵۸ - گزینه ۳

$$\begin{aligned} a + b\sqrt{2} + 2 - \sqrt{8} + \sqrt[3]{2^6} &= 6 \Rightarrow a + b\sqrt{2} + 2 - 2\sqrt{2} + 2^2 = 6 \\ \Rightarrow a + (b - 2)\sqrt{2} &= 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a - b = -2 \end{aligned}$$

۲۵۹ - گزینه ۳ با ضرب مزدوج، مخرج‌ها را گویا می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{1}} \times \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1} &= \frac{\sqrt{2} + 1}{2 - 1} = \sqrt{2} + 1 \\ \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} &= \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} + \sqrt{2} \end{aligned}$$

و به همین ترتیب، مخرج بقیه کسرها را گویا می‌کنیم، پس عبارت به شکل زیر تبدیل می‌شود.

$$\begin{aligned} &(\sqrt{2} + 1) - (\sqrt{3} + \sqrt{2}) + (\sqrt{4} + \sqrt{3}) - (\sqrt{5} + \sqrt{4}) + \\ &\dots + (\sqrt{100} + \sqrt{99}) = 1 + \sqrt{100} = 1 + 10 = 11 \end{aligned}$$

۲۶۰ - گزینه ۳ ابتدا عبارت‌های رادیکالی را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \sqrt{20} &= \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5} \\ \sqrt{45} &= \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5} \\ \sqrt{20} + \sqrt{45} &= 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5} = \sqrt{25 \times 5} = \sqrt{125} \\ \Rightarrow \sqrt{125} &= \sqrt{x} \rightarrow x = 125 \end{aligned}$$

۲۶۱ - گزینه ۴ ابتدا باتوجه به رابطه $\sqrt{a^2} = |a|$ عبارت‌های زیررادیکال را خارج می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{x^2y} - \sqrt{x^2y^3}}{x\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{x^2}\sqrt{y} - \sqrt{x^2y^2}\sqrt{y}}{x\sqrt{y}} = \frac{|x|\sqrt{y} - |xy|\sqrt{y}}{x\sqrt{y}}$$

حال باتوجه به اینکه $y < 0 < x$ (مقادیر منفی و y مقادیر مثبت دارد) آن‌ها را بدون نماد قدر مطلق می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} \frac{-x\sqrt{y} - (-xy)\sqrt{y}}{x\sqrt{y}} &= \frac{-x\sqrt{y} + xy\sqrt{y}}{x\sqrt{y}} = \frac{-x\sqrt{y}}{x\sqrt{y}} + \frac{xy\sqrt{y}}{x\sqrt{y}} \\ &= -1 + y = y - 1 \end{aligned}$$

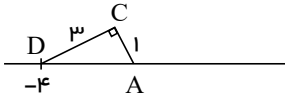
۲۶۱ - گزینه ۴ ابتدا تقسیم را به ضرب تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt[3]{5}}{5} \div \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{25}} \Rightarrow \frac{\sqrt[3]{5}}{5} \times \frac{\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{125}}{5\sqrt[3]{4}} = \frac{\cancel{5}}{\cancel{5}\sqrt[3]{4}} = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$$

حال مخرج عبارت به دست آمده را گویا می‌کنیم:

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{3}{4}}} \times \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\frac{3}{8}}} = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}}{2}$$

۲۶۳ - گزینه ۳ ابتدا باتوجه به شکل زیر محل قرار گرفتن نقطه A را به دست می آوریم.



مثلث ADC قائم الزاویه است، پس بنا بر رابطه فیثاغورس داریم:

$$\overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2$$

$$1^2 + 3^2 = \overline{AD}^2 \Rightarrow \overline{AD}^2 = 10 \Rightarrow \overline{AD} = \sqrt{10}$$

پس نقطه A در $4 + \sqrt{10}$ قرار گرفته است. حال اندازه وتر AM را در مثلث قائم الزاویه ACM به دست می آوریم.

$$\overline{AC}^2 + \overline{CM}^2 = \overline{AM}^2 \Rightarrow 1^2 + \sqrt{15}^2 = \overline{AM}^2 \Rightarrow \overline{AM}^2 = 16 \Rightarrow \overline{AM} = 4$$

حال باتوجه به اینکه $AM = AB$ ، برای به دست آوردن نقطه B کافیهست، از نقطه A چهار واحد به جلوتر برویم.

$$-4 + \sqrt{10} + 4 = \sqrt{10}$$

۲۶۴ - گزینه ۲

$$(13\sqrt{2} - 5\sqrt{16}) + (2\sqrt{8} - \sqrt{32})$$

$$= (13\sqrt{2} - 5\sqrt{8 \times 2}) + (2\sqrt{4 \times 2} - \sqrt{16 \times 2})$$

$$= (13\sqrt{2} - 10\sqrt{2}) + (\underbrace{4\sqrt{2} - 4\sqrt{2}}_0) = 13\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

۲۶۵ - گزینه ۱ باید حاصل را به ساده ترین صورت بنویسیم:

$$\frac{(\sqrt{4 \times 2} - \sqrt{2})(\sqrt{16 \times 2} + \sqrt{9 \times 2})}{(\sqrt{9 \times 2} + \sqrt{2})(\sqrt{16 \times 2} - \sqrt{4 \times 2})} =$$

$$\frac{(2\sqrt{2} - \sqrt{2})(4\sqrt{2} + 3\sqrt{2})}{(3\sqrt{2} + \sqrt{2})(4\sqrt{2} - 2\sqrt{2})} = \frac{(\sqrt{2})(7\sqrt{2})}{(4\sqrt{2})(2\sqrt{2})} = \frac{7}{8}$$

۲۶۶ - گزینه ۱ مخرج مشترک می گیریم و حاصل را ساده می کنیم:

$$\frac{\sqrt{3} + 3}{1 - \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3} - 3}{1 + \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3} + 3)(1 + \sqrt{3}) - (\sqrt{3} - 3)(1 - \sqrt{3})}{(1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})} =$$

$$= \frac{\cancel{\sqrt{3}} + 3 + 3 + \cancel{3\sqrt{3}} - \cancel{\sqrt{3}} + 3 + 3 - \cancel{3\sqrt{3}}}{1 - 3} = \frac{12}{-2} = -6$$

۲۶۷ - گزینه ۴ هر کدام را به توان ۲ می رسانیم.

$$z^2 = \frac{35}{25} = \frac{7}{5}, y^2 = \frac{5}{49}, x^2 = \frac{7}{4}$$

حال آن ها را با هم مقایسه می کنیم و می بینیم:

$$x^2 > z^2 > y^2$$

از آن جایی که هر ۳ عدد مثبت هستند پس داریم:

$$x > z > y$$

۲۶۸ - گزینه ۴ نکته: جذر اعداد $2k$ رقمی، k رقم صحیح و جذر $2k + 1$ رقمی، $k + 1$ رقم صحیح دارد.

لیق نکته بالا داریم:

$$2k = 12 \rightarrow k = 6$$

$$2k + 1 = 19 \rightarrow k = 9 \Rightarrow k + 1 = 10$$

۲۶۹ - گزینه ۳ اگر دقت عبارت در خودش تکرار می شود پس داریم:

$$A = \sqrt{21 + 4 \sqrt{21 + 4 \sqrt{21 + 4 \sqrt{21 + \dots}}}} \rightarrow A = \sqrt{21 + 4A} \Rightarrow A^2 = 21 + 4A$$

اتحاد جمله مشترک

$$\rightarrow A^2 - 4A - 21 = 0 \rightarrow (A - 7)(A + 3) = 0 \rightarrow A = +7$$

غیر قابل قبول است زیرا A مثبت است $\rightarrow A = -3$