

پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

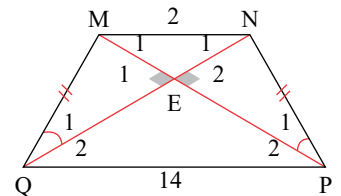
$$\triangle ABC \cong \triangle CDE \rightarrow \begin{cases} \overline{AB} = \overline{DE} \rightarrow 2y = y + 8 \rightarrow y = 8 \rightarrow AB = 2y = 16 \\ \overline{BC} = \overline{CD} \rightarrow y + 1 = x + 2 \rightarrow x = y \rightarrow BC = y + 1 = 9 \\ \overline{CA} = \overline{EC} \rightarrow CA = x - 5 + x + 2 = 7 - 5 + 7 + 2 = 11 \end{cases}$$

محیط شکل: $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CE} + \overline{ED} + \overline{DA} = 16 + 9 + 11 + 16 + 2 = 54$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ با توجه به این که دوزنقه $MNPQ$ متساوی الساقین است، می توان نوشت:

$$\left. \begin{matrix} \overline{MQ} = \overline{NP} \\ \hat{Q}_1 = \hat{P}_1 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle MEQ \cong \triangle NEP \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} \overline{ME} = \overline{NE} \\ \overline{PE} = \overline{QE} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle QEP, \triangle MNE$$

$$\Rightarrow \text{قائم الزاویه متساوی الساقین} \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{N}_1 = \hat{Q}_r = \hat{P}_r = 45^\circ$$



پس بنابر نکته ضلع مقابل به زاویه 45° در مثلث قائم الزاویه داریم:

$$\overline{QE} = \frac{\sqrt{2}}{2} \overline{PQ} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 14 = 7\sqrt{2}, \overline{ME} = \frac{\sqrt{2}}{2} \overline{MN} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2 = \sqrt{2} \xrightarrow{\text{فیثاغورس}} \overline{MQ}^2 = \overline{QE}^2 + \overline{ME}^2 \Rightarrow \overline{MQ}^2 = (7\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2$$

$$= 2 + 98 = 100 \Rightarrow \overline{MQ} = \sqrt{100} = 10$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$\hat{A}_1 = 30^\circ \rightarrow AB = 2 \times 3 = 6, \quad \hat{B} = 60^\circ, \hat{A} = 90^\circ \Rightarrow \hat{C} = 30^\circ$$

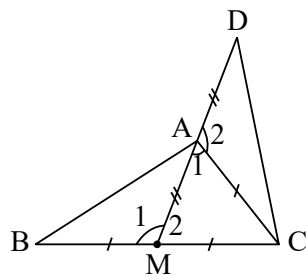
$$AB = \frac{1}{2} BC \quad AC^2 = BC^2 - AB^2$$

$$BC = 2 \times 6 = 12 \quad AC^2 = 12^2 - 6^2$$

$$AC = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

$$AC \times BC = 6\sqrt{3} \times 12 = 72\sqrt{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵



$$\triangle AMC \rightarrow \overline{AC} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \overline{MC}$$

$$\rightarrow \hat{A}_1 = \hat{M}_r \rightarrow \hat{M}_1 = \hat{A}_r$$

$$\left. \begin{matrix} \overline{AM} = \overline{AD} \\ \overline{MB} = \overline{AC} \end{matrix} \right\} \rightarrow \triangle AMB \cong \triangle ADC \rightarrow \overline{AB} = \overline{DC} \rightarrow \frac{\overline{CD}}{\overline{AB}} = 1$$

$$\hat{M}_1 = \hat{A}_r$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ دو مثلث دلخواه مانند $AA'D'$ و $BB'A'$ را در نظر بگیرید. داریم:

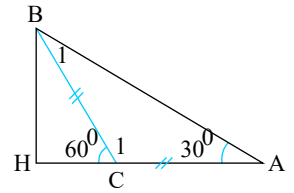
$$\text{طبق فرض } AA' = BB' \quad (1)$$

$$\left. \begin{matrix} AD = BA \\ DD' = AA' \end{matrix} \right\} \text{اضلاع مربع} \rightarrow AD + DD' = BA + AA' \rightarrow AD' = BA' \quad (2)$$

$$\hat{A}_1 = \hat{B}_1 = 90^\circ \rightarrow \hat{A}_r = \hat{B}_r = 90^\circ \quad (3)$$

طبق (۱) و (۲) و (۳) این دو مثلث بنابر حالت ض ض باهم همبخت‌اند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶



۱ ۲ ۳ ۴ ۷

کوچک ترین زاویه

$$\begin{aligned}\hat{C}_1 &= 18^\circ - 6^\circ = 12^\circ \\ \hat{B}_1 &= \hat{A}_1 = 30^\circ \Rightarrow BC = AC = 20 \text{ cm} \\ \hat{B}_2 &= 18^\circ - (9^\circ + 6^\circ) = 18^\circ - 15^\circ = 3^\circ \\ \Rightarrow HC &= \frac{20}{2} = 10 \\ \Rightarrow AH &= HC + CA = 10 + 20 = 30\end{aligned}$$

$$\begin{cases} \hat{B} - C = 18 \\ \hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \end{cases}$$

$$2B = 108 \Rightarrow B = 54 \Rightarrow C = 90 - 54 = 36^\circ$$

$$\triangle MND: \begin{cases} \hat{D}_1 = 45^\circ \\ \hat{M}_1 = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{N}_1 = 45^\circ \Rightarrow \hat{MNA} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

$$\frac{\overline{BM}}{\overline{BN}} = \frac{\overline{BA}}{\overline{BN}} \Rightarrow \triangle BMN \cong \triangle BAN \Rightarrow \hat{ANB} = \hat{BNM} \Rightarrow \hat{ANB} = \frac{\hat{MNA}}{2} = \frac{135^\circ}{2} = 67.5^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

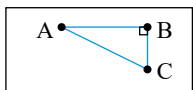
$$\begin{aligned}\hat{M} &= 180^\circ - (\hat{B}_1 + \hat{C}_2 + \hat{C}_1) = 180^\circ - (\hat{B}_1 + \hat{C}_2 + \frac{1}{2}\hat{ACx}) = 180^\circ - (\hat{B}_1 + \hat{C}_2 + \frac{1}{2}(\hat{A} + \hat{B})) = 180^\circ - (B_1 + \hat{C}_2 + 45^\circ + \hat{B}_2) \\ &= 180^\circ - (\underbrace{\hat{B}_1 + \hat{B}_2 + \hat{C}_2}_{90^\circ} + 45^\circ) = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\hat{A} &= 45^\circ \\ \frac{1}{2}\hat{B} &= \hat{B}_2\end{aligned}$$

$$\hat{M} = 90 + \frac{\hat{A}}{2}$$

$$\hat{M} = 90 - \frac{\hat{A}}{2}$$

$$\hat{M} = \frac{\hat{A}}{2}$$



فرض کنید کل سطح یک قابچه است که لبه آن به اندازه یک نیم استوانه بالا آمده و آن را از دو طرف می کشیم تا سطح صاف شود و مسیر مستقیم مورچه به دست آید.

از طول AB یک قطر کم می شود محیط یک نیم دایره اضافه می شود: ($R = 1$)

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$AB = (10 - \pi) + \frac{2\pi}{2} - 2 = 8$$

$$BC = 6 \Rightarrow AC^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow AC = 10$$

$$BH = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

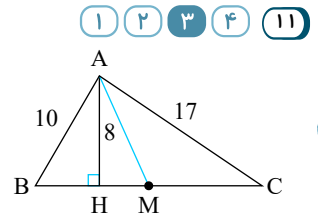
$$CH = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$$

$$BC = 21$$

$$MH = BM - BH = \frac{21}{2} - 6 = \frac{9}{2}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}(8 \times 21) = 84$$

$$S_{\triangle AHM} = \frac{1}{2} \times \frac{9}{2} \times 8 = 18 \Rightarrow \frac{S_{\triangle AHM}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{18}{84} = \frac{3}{14}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

$$\text{چون } ABCD \text{ مربع است: } \begin{cases} \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA} \\ \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ \end{cases}, \quad \begin{cases} \overline{AB} = \overline{CB} \\ \overline{AD} = \overline{CD} \\ \overline{BD} = \overline{BD} \end{cases} \xrightarrow{\text{(ض ض ض)}} \triangle ABD \cong \triangle CBD$$

$$\text{پس داریم: } \begin{cases} \overline{AB} = \overline{CB} \\ \overline{AD} = \overline{CD} \\ \hat{A} = \hat{C} = 90^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{(ض ز ض)}} \triangle ABD \cong \triangle CBD$$

$$\begin{matrix} AB = AD & \hat{DBA} = 45^\circ \\ \text{چون:} & \rightarrow & \text{و} & \rightarrow & \text{و} & \rightarrow & \begin{cases} \hat{DBA} = \hat{DBC} = 45^\circ \\ BD = BD \text{ مشترک} \\ \hat{ADB} = \hat{BDC} = 45^\circ \end{cases} \end{matrix} \xrightarrow{\text{(ز ض ز)}} \triangle ABD \cong \triangle CBD$$