# پاسخ‌نامه تشریحی

**۱** ۱ **۲** ۳ ۴

$$\begin{bmatrix}6x-4\\8y+2\end{bmatrix}-6\begin{bmatrix}6\\-4\end{bmatrix}=2\vec{i}+2\vec{j}\Rightarrow\begin{bmatrix}6x-4-36\\8y+2+24\end{bmatrix}=2\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}+2\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}6x-40\\8y+26\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}+2\\+2\end{bmatrix}$$

$$6x-40=2\Rightarrow 6x=42\Rightarrow x=7$$

$$8y+26=+2\Rightarrow 8y=2-26\Rightarrow 8y=-24\Rightarrow y=-3$$

**۲** ۱ **۲** ۳ ۴

$$4\vec{i}-6\begin{bmatrix}-5\\6\end{bmatrix}-\vec{j}+\vec{i}=5i-\begin{bmatrix}-30\\36\end{bmatrix}-\vec{j}=5\vec{i}+30\vec{i}-36\vec{j}-\vec{j}=35\vec{i}-37\vec{j}$$

**۳** ۱ **۲** ۳ ۴

$$8\vec{i}+\vec{j}=x(2\vec{i}-\vec{j})+y(4\vec{i}+3\vec{j})$$

به جای $2y=x$ را می‌گذاریم.

$$\begin{bmatrix}8\\1\end{bmatrix}=2y\begin{bmatrix}2\\-1\end{bmatrix}+y\begin{bmatrix}4\\3\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}8\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4y\\-2y\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}4y\\3y\end{bmatrix}$$

$$8=4y+4y\rightarrow\boxed{y=1}$$

$$x=2y\rightarrow\boxed{x=2\times1=2}\rightarrow x-y=2-1=1$$

**۴** **۱** ۲ ۳ ۴ برداری که با محور طول موازی باشد، طول دارد ولی عرضش صفر است. داریم:

$$\vec{e}+\vec{b}=\begin{bmatrix}3\\n-1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}n\\3n+4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3+n\\4n+3\end{bmatrix}\xrightarrow{\text{عرض}=0}4n+3=0\Rightarrow n=-\frac{3}{4}$$

$$\text{طول}\ 3+(-\frac{3}{4})=\frac{12-3}{4}=\frac{9}{4}$$

**۵** ۱ ۲ ۳ **۴** برای این که برداری موازی نیم‌ساز ربع اول و سوم باشد بایستی نسبت مؤلفه‌ی طول به مؤلفه‌ی عرض آن برابر با یک باشد یعنی مؤلفه‌ی طول و عرض آن یکسان باشد.

$$\vec{x}=\begin{bmatrix}-6n+12\\4n\end{bmatrix}$$

$$-6n+12=4n\Rightarrow-6n-4n=-12\Rightarrow-10n=-12\Rightarrow n=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}$$

**۶** **۱** ۲ ۳ ۴

$$\vec{T}=\begin{bmatrix}3a-b\\a+b\end{bmatrix},\quad\vec{V}=\begin{bmatrix}2b+1\\3\end{bmatrix}$$

چون دو بردار $\vec{V}$ و $\vec{T}$ قرینه‌ی هم هستند. پس داریم: $\vec{T}=-\vec{V}$

$$-\begin{bmatrix}3a-b\\a+b\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2b+1\\3\end{bmatrix}\Rightarrow 2b+1=-(3a-b)\Rightarrow 2b+1=-3a+b$$

$$\Rightarrow 2b-b=-3a-1\Rightarrow b=-3a-1\Rightarrow 1=-3a-b$$

مقدار $b$ را در $3=-a-b$ جای‌گذاری می‌کنیم.

$$3=-a-(-3a-1)\Rightarrow 3=-a+3a+1\Rightarrow 3=2a+1\Rightarrow 2a=2\Rightarrow\boxed{a=1}$$

$$b=-3\times1-1=-4$$

$$\vec{V}=\begin{bmatrix}2\times-4+1\\3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-7\\3\end{bmatrix},\quad\vec{T}=-\vec{V}=\begin{bmatrix}7\\-3\end{bmatrix}$$

$$\vec{V}+2\vec{T}=\begin{bmatrix}-7\\3\end{bmatrix}+2\begin{bmatrix}7\\-3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-7\\3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}14\\-6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7\\-3\end{bmatrix}$$

**۷** ۱ ۲ ۳ **۴**

شعاع دایره: $\sqrt{(2+3)^2+(4-2)^2}=\sqrt{25+4}=\sqrt{29}$

قطر دایره: $2\sqrt{29}$

**۸** ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\vec{a}=\begin{bmatrix}۲\\۳\end{bmatrix}\ ,\ \vec{b}=\begin{bmatrix}m\\۲m\end{bmatrix}\qquad (\vec{a}-\vec{b})\xrightarrow{\text{در امتداد محور } x \text{ ها}} y=۰$$

$$\begin{bmatrix}۲\\۳\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}m\\۲m\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲-m\\۳-۲m\end{bmatrix}\xrightarrow{y=۰}۳-۲m=۰\Rightarrow ۳=۲m\Rightarrow m=\frac{۳}{۲}$$

$$\rightarrow b=\begin{bmatrix}\frac{۳}{۲}\\ ۲\times\frac{۳}{۲}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{۳}{۲}\\۳\end{bmatrix}\Rightarrow \vec{a}+\vec{b}=\begin{bmatrix}۲\\۳\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{۳}{۲}\\۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{۷}{۲}\\۶\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳/۵\\۶\end{bmatrix}=۳/۵i+۶j$$

**۹** ۴ ۳ ۲ **۱** با توجه به این نکته که مؤلفه‌ی نقطه‌ی وسط این دو نقطه برابر است با میانگین مؤلفه‌های طول و عرض آن دو نقطه.بنابراین:

$$x_M=\frac{-۵+۳}{۲}=\frac{-۲}{۲}=-۱$$

$$y_M=\frac{-۶+۱۲}{۲}=\frac{۶}{۲}=۳$$

$$M \text{ مختصات نقطه‌ی } =\begin{bmatrix}-۱\\۳\end{bmatrix}$$

$$M=\begin{bmatrix}-۱\\۳\end{bmatrix}\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به نقطه‌ی } \begin{bmatrix}۲\\-۳\end{bmatrix}} M'=۲A-M=۲\begin{bmatrix}۲\\-۳\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-۱\\۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۵\\-۹\end{bmatrix}$$

**۱۰** ۴ **۳** ۲ ۱ پاسخ منتا:

طبق تجزیهٔ بردار در شکل، تجزیهٔ بردار $\vec{c}$ روی محور $y$ ، سه واحد است و از آنجا که جهت بردار یک $\vec{b}$ به سمت پایین در نظر گرفته شده، حرکت به سمت جهت بالا علامت منفی می‌گیرد: $-۳b$

**۱۱** ۴ ۳ ۲ **۱**

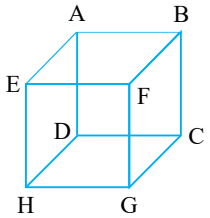
در راه‌حل زیر به روش برداری ثابت می‌کنیم که پاره‌خطی که وسط دو ساق را به هم وصل می‌کند نصف قاعده است:

$$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}=۲\overrightarrow{MA}+۲\overrightarrow{AN}=۲(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AN})=۲\overrightarrow{MN}\Rightarrow \overrightarrow{MN}=\frac{۱}{۲}\overrightarrow{BC}$$

حالا چون $\overrightarrow{BC}=۲\overrightarrow{MN}$ یعنی $\overrightarrow{BC}$ مضرب صحیحی از $\overrightarrow{MN}$ است یعنی $\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{MN}$ دو بردار موازی هستند. به‌این ترتیب نکتهٔ هندسی زیر نتیجه می‌شود:

اگر پاره‌خطی وسط دو ساق را به هم وصل کند، موازی قاعده و برابر با نصف آن است.

**۱۲** ۴ ۳ ۲ **۱** می‌دانیم $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AF}$ و به جای $\overrightarrow{AD}$ همسنگ آن یعنی $\overrightarrow{FG}$ را استفاده می‌کنیم و داریم:




$$\underbrace{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}}_{\overrightarrow{AF}}+\underbrace{\overrightarrow{AD}}_{\overrightarrow{FG}}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{AG}$$

**۱۳** ۴ ۳ **۲** ۱

$$\begin{cases}\overrightarrow{ON}=\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{MN}\\ \overrightarrow{ON}=\overrightarrow{OF}+\overrightarrow{FN}\end{cases}\xrightarrow{\times ۵}\begin{cases}۵\overrightarrow{ON}=۵\overrightarrow{OM}+۵\overrightarrow{MN}\\ \overrightarrow{ON}=\overrightarrow{OF}+\overrightarrow{FN}\end{cases}\rightarrow ۶\overrightarrow{ON}=۵\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{OF}+۵\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{FN}$$

$$\overrightarrow{MN}=\frac{۱}{۵}\overrightarrow{NF}\Rightarrow \overrightarrow{NF}=۵\overrightarrow{MN}\rightarrow ۵\overrightarrow{MN}-\overrightarrow{NF}=\vec{o}\rightarrow ۵\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{FN}=۰$$

باتوجه به این که $\overrightarrow{MN}=\frac{۱}{۵}\overrightarrow{NF}$ داریم:

$$۶\overrightarrow{ON}=۵\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{OF}$$

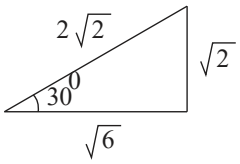
**۱۴** ۴ ۳ ۲ **۱**

ابتدای بردار = طول بردار − انتهای بردار

$$\begin{bmatrix}۹\sqrt{۶}\\۳\sqrt{۲}\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۸\sqrt{۶}\\۲\sqrt{۲}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sqrt{۶}\\\sqrt{۲}\end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{اندازه‌ی بردار}}\sqrt{(\sqrt{۶})^۲+(\sqrt{۲})^۲}=\sqrt{۶+۲}=\sqrt{۸}=\sqrt{۴\times ۲}=۲\sqrt{۲}$$

در هر مثلث قائم‌الزاویه زاویه‌ی روبه‌رو به $۳۰^\circ$ درجه نصف وتر است. با توجه به نکته‌ی بالا این بردار با محور افقی زاویه‌ی ۳۰ تشکیل می‌دهد.



۱۵ ۴ ۳ ۲ **۱**

$$\left.\begin{array}{l}\vec{x}=-i+۵j=\begin{bmatrix}-۱\\۵\end{bmatrix}\\ \vec{y}=۲\vec{j}-i=\begin{bmatrix}-۱\\۲\end{bmatrix}\\ \vec{z}=-۳\vec{i}-\vec{j}=\begin{bmatrix}-۳\\-۱\end{bmatrix}\end{array}\right\}\rightarrow \vec{z}=s\vec{x}-r\vec{y}$$

$$\rightarrow\begin{bmatrix}-۳\\-۱\end{bmatrix}=s\begin{bmatrix}-۱\\۵\end{bmatrix}-r\begin{bmatrix}-۱\\۲\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}-۳\\-۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-s+r\\۵s-۲r\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}-s+r=-۳\rightarrow s=r+۳\\۵s-۲r=-۱\rightarrow ۲r=۵s+۱\end{bmatrix}$$

$$\rightarrow ۲r=۵(r+۳)+۱\rightarrow ۲r-۵r=۱۵+۱\rightarrow r=-\frac{۱۶}{۳}\rightarrow s=-\frac{۱۶}{۳}+۳=-\frac{۷}{۳}$$

$$\frac{s}{r}=\frac{-\frac{۷}{۳}}{-\frac{۱۶}{۳}}=\frac{۷}{۱۶}$$