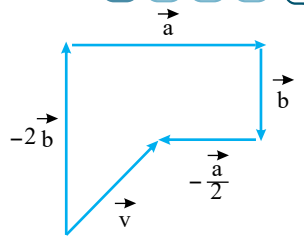
پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ ۲ **۳** ۴ با توجه به جمع بردارها به روش مثلثی گزینهٔ «۳» درست است.

۲ **۱** ۲ ۳ ۴ رابطهٔ جمع بردارها را روی شکل می‌نویسیم:

$$-2\vec{b}+\vec{a}+\vec{b}+(\frac{-\vec{a}}{2})=\vec{V}\Rightarrow\vec{V}=-\vec{b}+\frac{\vec{a}}{2}=\frac{\vec{a}}{2}-\vec{b}$$



۳ ۱ ۲ **۳** ۴ اگر به شکل سؤال خوب دقت کنید، ملاحظه می‌کنید که در بردارهای $\vec{a}$، $\vec{b}$، $\vec{c}$ و $\vec{d}$ به‌ترتیب انتهای هر بردار ابتدای بردار دیگری است، لذا برای رسم بردار حاصل‌جمع آن‌ها کافی است که ابتدای اولی (یعنی $\vec{a}$) را به انتهای آخری (یعنی $\vec{d}$) وصل کرده و جهت بردار را روی d بزنیم. بنابراین $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}=-\vec{e}$ است.

۴ ۱ ۲ **۳** ۴

همان‌طور که در شکل سؤال هم ملاحظه می‌کنید $\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{DC}$ است، بنابراین داریم:

$$\underbrace{\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}}_{\overrightarrow{DC}}+\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{DC}=-2\overrightarrow{CD}$$

۵ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}\Rightarrow\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}\Rightarrow\begin{bmatrix}0\\-1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2\\-1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix}=\overrightarrow{AD}\Rightarrow\begin{bmatrix}1\\-1\end{bmatrix}=\overrightarrow{AD}$$

۶ **۱** ۲ ۳ ۴ چون $\overrightarrow{MN}$ موازی محور عرض‌ها است. پس طول‌های نقاط M و N با هم برابر هستند:

$$3a-4=2a+3\Rightarrow 3a-2a=7\Rightarrow a=7$$

۷ ۱ ۲ **۳** ۴

با توجه به رابطهٔ جمع متناظر با یک بردار می‌توان نوشت:

$$\begin{bmatrix}2a-1\\2-b\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-2\\-3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}b+2\\b-a-3\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{cases}2a-1-2=b+2\\2-b-3=b-a-3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2a-b=5 & (1)\\a=-2+2b & (2)\end{cases}$$

$$(1),(2)\Rightarrow 2(-2+2b)-b=5\Rightarrow -4+4b-b=5\Rightarrow 3b=9\Rightarrow b=3,a=4\Rightarrow\frac{a+b}{ab}=\frac{4+3}{12}=\frac{7}{12}$$

۸ ۱ **۲** ۳ ۴

با توجه به شکل داریم: $\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}=-\vec{d}\rightarrow\vec{a}+\vec{b}+\vec{d}=\vec{c}\rightarrow\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}-\vec{d}$

طبق صورت سؤال: $\vec{x}=\vec{a}+\vec{b}$

$$-\vec{x}+\vec{d}=-(\vec{a}+\vec{b})+\vec{d}=\cancel{\vec{d}}-\vec{c}-\cancel{\vec{d}}=-\vec{c}$$

۹ ۱ ۲ ۳ **۴**

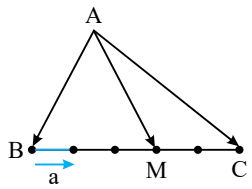
الگوی نقطه‌ها را ببینید:

طول نقاط: $1-1+2+3+4-5+6+7+8-9+10=26$

عرض نقاط: $0+1+2-3+4+5+6-7+8+9+10=35$

۱۰ ۱ ۲ **۳** ۴

بردار کوچکی به‌نام $\vec{a}$ را که اندازه‌اش $\frac{1}{5}$ ضلع BC است در نظر می‌گیریم:



$$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AB}+3\vec{a}$$

$$AM=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{AC}-2\vec{a}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}2\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}+6\vec{a}\\3\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{AC}-6\vec{a}\end{cases}$$

$$۵\overrightarrow{AM} = ۲\overrightarrow{AB} + ۳\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{۲\overrightarrow{AB} + ۳\overrightarrow{AC}}{۵}$$

۱۱ ۴ ۳ **۲** ۱

می‌دانیم:

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} + (-\vec{e}) = ۰$$

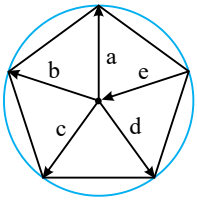
پس:

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{e}$$

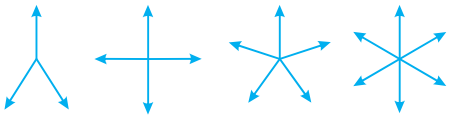
یعنی جمع ۵ بردار می‌شود:

$$\underbrace{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}}_{\vec{e}} + \vec{e} = ۲\vec{e}$$

اندازهٔ بردار $۲\vec{e}$ نیز دو برابر شعاع دایره است یعنی ۲.



۱۲ ۴ **۳** ۲ ۱ هر تعداد بردار هم‌اندازه که زاویهٔ بین هر دو بردار متوالی یکسان باشد و همگی از یک نقطه خارج شوند، حاصل جمع همه با هم صفر است یعنی همگی یکدیگر را خنثی می‌کنند.



۱۳ ۴ ۳ ۲ **۱** ابتدا مختصات بردارها را می‌نویسیم:

$$\begin{bmatrix} ۱ \\ ۰ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ۲ \\ ۰ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ۰ \\ ۲ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ۳ \\ ۰ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ۰ \\ ۳ \end{bmatrix}, \cdots$$

حرکت : (۱) (۲) (۳) (۴) (۵) (۶)

با توجه به مختصات‌ها معلوم می‌شود که در نقطه‌هایی که شمارهٔ حرکت زوج است. الگو به‌صورت $\begin{bmatrix} ۰ \\ \frac{n}{۲} \end{bmatrix}$ است. پس در حرکت صدم روبات حرکت $\begin{bmatrix} ۰ \\ ۵۰ \end{bmatrix}$ را دارد و در حرکت یکصدویکم، روبات حرکت $\begin{bmatrix} ۵۱ \\ ۰ \end{bmatrix}$ را دارد، بنابراین داریم:

$$\begin{bmatrix} ۰ \\ ۰ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۱ \\ ۰ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۲ \\ ۰ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۰ \\ ۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۳ \\ ۰ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۰ \\ ۳ \end{bmatrix} + \cdots + \begin{bmatrix} ۰ \\ ۵۰ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۵۱ \\ ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ + ۲ + ۳ + \cdots + ۵۱ \\ ۱ + ۲ + ۳ + \cdots + ۵۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{۵۱ \times ۵۲}{۲} \\ \frac{۵۰ \times ۵۱}{۲} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱۳۲۶ \\ ۱۲۷۵ \end{bmatrix}$$