پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲ برای بدست آوردن ضرایب یک چندجمله‌ای کافی است به‌جای متغیرها عدد یک بگذاریم.

$$۳+(۳\times ۱^{۲}+۱-۳)^{۱۳۹۷}+(۳\times ۱^{۳}-۱-۲)^{۲۰۱۹}=۳+۱^{۱۳۹۷}+۰^{۲۰۱۹}=۳+۱=۴$$

۲ - گزینه ۲

با حل معادله‌ی $۶x+۱۸=-۶$ نتیجه می‌شود $x=-۴$ جواب معادله است بنابراین «مجموعه جواب‌های معادله‌ی $۶x+۱۸=-۶$» برابر $\{-۴\}$ است.

۳ - گزینه ۳ دو جمله‌ای متشابه فقط در قسمت ضریب عددی متفاوت‌است.

۴ - گزینه ۱

۵ - گزینه ۲ درجه‌ی یک جمله‌ای نسبت به همه‌ی متغیرهایش، برابر حاصل جمع توان‌های متغیرهاست.

۶ - گزینه ۲ برای به دست آوردن مجذور کامل بعدی باید از مجذور کامل قبلی جذر بگیریم و به آن یک واحد اضافه کنیم و به توان ۲ برسانیم تا مجذور کامل بعدی معلوم شود.

$$۱,۴,۹,۲۵,\boxed{۳۶}$$

$$\sqrt{۲۵}=۵ \qquad (۵+۱)^{۲}=۶^{۲}=۳۶$$

$$\sqrt[۲]{a^{۲}}=|a| \qquad (a+۱)^{۲}\to\sqrt[۲]{(a+۱)^{۲}}=a+۱$$

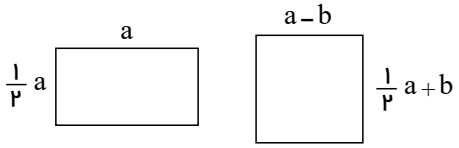
$$(a+۱+۱)^{۲}=(a+۲)^{۲}=a^{۲}+۴+۴a$$

نکته: اگر در صورت سوال $a^{۲}$ نداشت (یعنی برای یافتن دومین مجذور بعد از a):

$$\text{مجذور } a\to\underbrace{\sqrt{a}}_{\text{جذر بعدی}}+۲\to\underbrace{(\sqrt{a}+۲)^{۲}}_{\text{مجذور بعدی}}=(\sqrt{a})^{۲}+۴\sqrt{a}+۲^{۲}=a+۴\sqrt{a}+۴$$

۷ - گزینه ۱

$$(a-b)(\frac{۱}{۲}a+b)=\frac{۱}{۲}a^{۲}+ab-\frac{۱}{۲}ab-b^{۲}=\frac{۱}{۲}a^{۲}+\frac{۱}{۲}ab-b^{۲}$$



۸ - گزینه ۳

$$۲m(m-n)-(m-n)(m+n)-(m+n)^{۲}=۲m^{۲}-۲mn-(m^{۲}-n^{۲})-(m^{۲}+n^{۲}+۲mn)$$

$$=۲m^{۲}-۲mn-m^{۲}+n^{۲}-m^{۲}-n^{۲}-۲mn=-۴mn$$

۹ - گزینه ۲

$$\frac{۱}{۲}x=\frac{۲}{۱}\to x=\frac{\frac{۲}{۱}}{\frac{۱}{۲}}=\frac{۴}{۱}=۴\to x=۴$$

$$۳y=۳\to y=\frac{۳}{۳}=۱\ \to\ y=۱$$

$$-۲x^{\sqrt{y}}-۳y^{\sqrt{x}}+۴xy=-۲(۴)^{\sqrt{۱}}-۳(۱)^{\sqrt{۴}}+۴(۴)(۱)=-۸-۳+۱۶=-۱۱+۱۶=+۵$$

۱۰ - گزینه ۳

$$(a+۲)(a-۳)-(a-۱)^{۲}=a^{۲}-۳a+۲a-۶-(a^{۲}-۲a+۱)$$

$$=a^{۲}-۳a+۲a-۶-a^{۲}+۲a-۱=+۱a-۷=a-۷$$

$$(a-۱)^{۲}=(a-۱)(a-۱)=a^{۲}-۱a-۱a+۱=a^{۲}-۲a+۱$$

۱۱ - گزینه ۱

نکته: هرگاه مجموع چند عبارت که با توان زوج آمده‌اند صفر باشد، تک تک آن عبارات صفر هستند.

$$(a^{۲}-۵)^{۲}+(b^{۲}-a^{۴}+۹)^{۲}=۰\ \to\ b^{۲}-(\sqrt{۵})^{۴}+۹=۰\qquad\to a^{۲}-۵=۰\ \to\ a=\sqrt{۵}$$

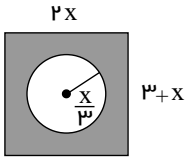
$$\to b^{۲}-۲۵+۹=۰\ \to\ b^{۲}=۱۶\ \to\ b=\pm۴$$

۱۲ - گزینه ۴ ابتدا در هر پرانتز از عبارت یکسان فاکتور گرفته و در مرحله‌ی بعد از دو جمله‌ای $x+b$ در عبارات فاکتور می‌گیریم:

$$\underbrace{(x^{۳}+bx^{۲})}_{\text{از } x^{۲} \text{ فاکتور}}+\underbrace{(۴xy+۴by)}_{\text{از } ۴y \text{ فاکتور}}=\underbrace{x^{۲}(x+b)}_{\text{مشترک}}+\underbrace{۴y(x+b)}_{\text{مشترک}}=\underbrace{(x+b)}_{\text{فاکتور}}(x^{۲}+۴y)$$

۱۳ - گزینه ۱

$$\text{مستطیل } S=\text{طول}\times\text{عرض}=۲x(x+۳)=۲x^{۲}+۶x$$



دایره $S = \pi r^{۲} = \pi \times (\frac{x}{۳})^{۲} = \frac{\pi x^{۲}}{۹}$

هاشور (چمن) $S_{\square} - S_{\bigcirc} = ۲x^{۲} + ۶x - \frac{\pi x^{۲}}{۹} = (۲ - \frac{\pi}{۹})x^{۲} + ۶x$

مشاهده می‌شود که به جای a عدد $۲ - \frac{\pi}{۹}$ آمده است.

۱۴ - گزینه ۳ با توجه به تعریف * داریم:

$$۲ * x = ۲^{۲} - ۲x = ۴ - ۲x$$

$$۴ - ۲x = ۱۲ \rightarrow -۲x = ۱۲ - ۴ \Rightarrow -۲x = ۸ \rightarrow x = \frac{۸}{-۲} = -۴$$

۱۵ - گزینه ۳

$$\left.\begin{array}{l} ۵x^{۲} + ۷xy = ۲۶ \xrightarrow{\text{فاکتور}} x(۵x + ۷y) = ۲۶ \\ ۱۵x + ۲۱y = ۱۳ \xrightarrow{\text{فاکتور}} ۳(۵x + ۷y) = ۱۳ \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{تقسیم می‌کنیم}} \frac{x(۵x + ۷y)}{۳(۵x + ۷y)} = \frac{۲۶}{۱۳} \rightarrow \frac{x}{۳} = \frac{۲}{۱} \rightarrow x = ۶$$

۱۶ - گزینه ۱

$$\begin{cases} xy = ۵ \\ yz = ۴ \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب طرفین}} xyyz = ۵ \times ۴ \Rightarrow xzy^{۲} = ۲۰ \rightarrow ۳y^{۲} = ۲۰ \rightarrow \boxed{y^{۲} = \frac{۲۰}{۳}}$$

$$\begin{cases} xy = ۵ \\ xz = ۳ \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب طرفین}} xyxz = ۵ \times ۳ \rightarrow x^{۲}yz = ۱۵ \rightarrow ۴x^{۲} = ۱۵ \rightarrow \boxed{x^{۲} = \frac{۱۵}{۴}}$$

$$\begin{cases} yz = ۴ \\ xz = ۳ \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب طرفین}} yzxz = ۱۲ \rightarrow yz^{۲}x = ۱۲ \rightarrow ۵z^{۲} = ۱۲ \rightarrow \boxed{z^{۲} = \frac{۱۲}{۵}}$$

$$۳y^{۲} + ۴x^{۲} + ۵z^{۲} \rightarrow (\cancel{۳} \times \frac{۲۰}{\cancel{۳}}) + (\cancel{۴} \times \frac{۱۵}{\cancel{۴}}) + (\cancel{۵} \times \frac{۱۲}{\cancel{۵}}) = ۲۰ + ۱۵ + ۱۲ = ۴۷$$

۱۷ - گزینه ۱ در توان سمت راست، با جایگزینی ۲۰ به جای x یکی از این پرانتزها صفر می‌شود (بیستمین پرانتز $۲۰ - ۲۰ = ۰$) پس حاصل‌ضرب (یعنی توان) صفر می‌شود. هر عدد به توان صفر برابر با یک می‌باشد. پس توان سمت چپ نیز باید صفر باشد.

$$۲t + ۴ = ۰ \rightarrow ۲t = -۴ \rightarrow t = \frac{-۴}{۲} \rightarrow t = -۲$$

۱۸ - گزینه ۱ می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = \frac{a}{b+c} + ۱ + \frac{b}{c+a} + ۱ + \frac{c}{a+b} + ۱ - ۳$$
$$= \frac{a+b+c}{b+c} + \frac{b+c+a}{c+a} + \frac{c+a+b}{a+b} - ۳ = (a+b+c)\left(\frac{۱}{b+c} + \frac{۱}{c+a} + \frac{۱}{a+b}\right) - ۳$$
$$= ۷ \times \frac{۷}{۱۰} - ۳ = \frac{۴۹}{۱۰} - ۳ = \frac{۱۹}{۱۰}$$

۱۹ - گزینه ۳ چون x عددی منفی است همه‌ی عبارت‌ها جز $-۲x$ منفی‌اند. البته گزینه‌ی (الف) ممکن است صفر باشد.

۲۰ - گزینه ۳ چون $۲x = ۵y$، y باید بر ۲ بخش‌پذیر باشد، می‌توانیم بنویسیم:

$$x + y = ۵\left(\frac{y}{۲}\right) + y = ۷ \times \left(\frac{y}{۲}\right)$$

پس $x + y$ حتماً باید بر ۷ بخش‌پذیر باشد.

۲۱ - گزینه ۲ از $\frac{۱}{x} + \frac{۱}{y} + \frac{۱}{z} = ۰$ نتیجه می‌شود $xy + yz + zx = ۰$ پس:

$$x^{۲} + y^{۲} + z^{۲} = (x + y + z)^{۲} - ۲(xy - yz + zx) = ۱ - ۲ \times ۰ = ۱$$

۲۲ - گزینه ۳ فرض کنید $r = ۳x$ و $s = ۲y$. در این صورت می‌خواهیم با فرض اینکه $rs = ۳۶$ و $s > ۰$، $۷(r + s)$ را حداقل کنیم. این حداقل به ازای $r = s = ۶$ به دست می‌آید و برابر است با:

$$۷ \times (۶ + ۶) = ۸۴$$

۲۲ - گزینه ۳ اگر v دو برابر شود در نتیجه $pv^{۲}$ چهار برابر می‌شود و چون مقدار $pv^{۲}$ یک مقدار ثابت است باید p، $\frac{۱}{۴}$ برابر شود تا مقدار $pv^{۲}$ تغییر نکند.

۲۴ - گزینه ۳

$$x + (x + ۱) = ۷۱ \Rightarrow ۲x = ۷۰ \Rightarrow x = ۳۵ \rightarrow ۳۵ \times ۳۶ = ۱۲۶۰$$

۲۵ - گزینه ۱

$$\left.\begin{array}{l}\frac{x}{y}=\frac{۴}{۵}\\ \frac{y}{z}=\frac{۳}{۱۰}\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{x}{\cancel{y}}\times\frac{\cancel{y}}{z}=\frac{x}{z}=\frac{۴}{۵}\times\frac{۳}{۱۰}=\frac{۱۲}{۵۰}=\frac{۶}{۲۵}$$

۲۶ - گزینه ۲

$$p*q=۲p^۲+q\to ۲*۵=۲(۲)^۲+۵=۸+۵=۱۳$$

۲۷ - گزینه ۳

طبق اتحاد مربع دو جمله‌ای داریم:

$$(x+y)^۲=x^۲+y^۲+۲xy\Rightarrow\begin{cases}(x+y)^۲>x^۲+y^۲\\(x+y)^۲>xy\end{cases}$$

۲۸ - گزینه ۱

$$(x-a)(x-b)(x-c)\cdots(x-x)(x-y)(x-z)$$

توالی ضرب به حروف انگلیسی است و جملهٔ $(x-x)$ وقتی در عبارت ظاهر می‌شود مقدارش صفر است و صفر ضربدر هر عددی صفر می‌شود.

۲۹ - گزینه ۳

$$x^۲=\boxed{۱-x}\ \to\ x^۴=(۱-x)^۲=۱-۲x+x^۲\to(۱-۲x)+(۱-x)\to\boxed{۲-۳x}$$

$$x^۷=x^۴.x^۲.x=(۲-۳x)(۱-x)x$$

$$=(۲-۲x-۳x+۳x^۲)x\to(۲-۵x+۳x^۲)x$$

$$=(۲-۵x+۳(۱-x))x\to(۵-۸x)x=۵x-۸x^۲$$

$$=۵x-۸(۱-x)=۱۳x-۸$$

۳۰ - گزینه ۴

$$(a^۲-۳a^۲+۲a^۲)+(b^۲+۳b^۲-۴b^۲)+(-c^۲-۳c^۲-۲c^۲)$$

$$=۰\times a^۲+۰\times b^۲+(-۶c^۲)=-۶(-۲)^۲=-۲۴$$

۳۱ - گزینه ۴

$$(x^۲+y)+(y+z^۲)+(x^۲+z^۲)=۲x^۲+۲y+۲z^۲=۲+۴+۸=۱۴\to\ x^۲+y+z^۲=۷$$

$$\sqrt{\frac{x^۲+y+z^۲}{۷}}=\sqrt{\frac{۷}{۷}}=۱$$

۳۲ - گزینه ۲ ابتدا عبارت را ساده می‌کنیم:

$$a^۲-b^۳-۴c^۲-۲a^۲-۲b^۳+۴c^۲-a^۲+۱=-۲a^۲-۳b^۳+۱=-۲(-۰/۱)^۲-۳(-۲)^۳+۱$$

$$=-۲\times(۰/۰۱)-۳(-۸)+۱=-۰/۰۲+۲۴+۱=۲۴/۹۸$$

۳۳ - گزینه ۳

$$t^۵=t\times t^۲\times t^۲\to t\times(t+۱)\times(t+۱)\to t\times(t+۱+۲t+۱)=۳t^۲+۲t\to۳(t+۱)+۲t=۵t+۳$$

۳۴ - گزینه ۲

$$(B-A)(B+A)=\left[x^۲-\frac{۱}{۲}-x^۲-\frac{۱}{۲}\right]\left[x^۲-\frac{۱}{۲}+x^۲+\frac{۱}{۲}\right]=(-۱)(۲x^۲)=-۲x^۲$$

۳۵ - گزینه ۴

$$۴(a^۴-۱۶)=۴(a^۲-۴)(a^۲+۴)=۴(a-۲)(a+۲)(a^۲+۴)$$

۳۶ - گزینه ۳

$$۲A+B-C=۲(x^۲+۲x+۳)+۲x^۲+۳x-۱-(۳x^۲-۵x+۴)$$

$$=۲x^۲+۴x+۶+۲x^۲+۳x-۱-۳x^۲+۵x-۴=x^۲+۱۲x+۱$$

۳۷ - گزینه ۲ دو عبارت جبری را با هم جمع می‌کنیم:

$$x^۲+y^۲+۲xy=۱۶\ \Rightarrow\ (x+y)^۲=۱۶\xrightarrow{\text{از طرفین جذر می‌گیریم}}x+y=۴$$

۳۸ - گزینه ۳ اگر در عبارتی متغیرها (مثلاً x و y) در مخرج باشد، آن عبارت جمله جبری نیست.

۳۹ - گزینه ۲ ابتدا عبارت $a-c=۳$ را در منفی یک ضرب می‌کنیم سپس دو عبارت را با هم جمع می‌کنیم:

$$\begin{array}{l}-a+c=-۳\\ b+a=۵\end{array}\xrightarrow{\text{جمع می‌کنیم}}b+c=۲$$

$$(bc-ab)+(-ac+c^۲)=-b(a-c)-(c)(a-c)=-(a-c)(b+c)=-۳\times۲=-۶$$

۴۰ - گزینه ۲

$$a^۲+b^۲=۴ab \Rightarrow a^۲+b^۲-۲ab=۲ab \Rightarrow (a-b)^۲=۲ab$$

$$\Rightarrow \frac{(a-b)^۶}{(a+b)^۶}=\frac{((a-b)^۲)^۳}{((a+b)^۲)^۳}=\frac{(۲ab)^۳}{(۶ab)^۳}=\frac{۸}{۲۱۶}=\frac{۱}{۲۷}$$

۴۱ - گزینه ۴

$$۲x^۳+x^۲-۱۸x-۹=(۲x^۳-۱۸x)+(x^۲-۹)=۲x(x^۲-۹)+(x^۲-۹)$$

$$=(x^۲-۹)(۲x+۱)=(x-۳)(x+۳)(۲x+۱)$$

۴۲ - گزینه ۱

$$۳x^۲-۱۵x+۲۵-(۲x^۲-۵x)=۳x^۲-۱۵x+۲۵-۲x^۲+۵x=x^۲-۱۰x+۲۵=(x-۵)^۲$$

۴۳ - گزینه ۲

$$a^۲-a+۱=۰ \Rightarrow a^۲=a-۱ \xrightarrow[\text{به‌توان ۲}]{\text{دو طرف تساوی}}$$

$$a^۴=(a-۱)^۲ \xrightarrow{\text{طرفین تساوی } \times a} a^۵=a(a-۱)^۲$$

$$a^۵=a(a^۲-۲a+۱) \xrightarrow{a^۲=a-۱}$$

$$a^۵=a(a-۱-۲a+۱) \Rightarrow a^۵=-a^۲$$

$$\xrightarrow{a^۲=a-۱} a^۵=-(a-۱)=۱-a$$

۴۴ - گزینه ۱ عبارت $\sqrt{a}-\sqrt{b}=۳$ را به توان دو می‌رسانیم:

$$(\sqrt{a}-\sqrt{b})^۲=۳^۲ \Rightarrow a+b-۲\sqrt{ab}=۹ \xrightarrow{ab=۱} a+b-۲=۹ \Rightarrow a+b=۱۱$$

۴۵ - گزینه ۲ قدّ حسن را با متغیر x در نظر می‌گیریم و چون مقدار کوتاهی و بلندی یکسان است، آن را با متغیر a نمایش می‌دهیم.

قدّ حسن $=x$

قدّ علی $=x+a$

قدّ حسین $=x-a$

قدّ رضا $=x-a-a=x-۲a$

حال مجموع قدّ این چهار نفر را محاسبه می‌کنیم و برابر ۷۱۲ قرار می‌دهیم:

$$x+x+a+x-a+x-۲a=۷۱۲$$

$$\Rightarrow ۴x-۲a=۷۱۲ \Rightarrow ۴(۱۸۰)-۲a=۷۱۲$$

$$\Rightarrow ۷۲۰-۷۱۲=۲a \Rightarrow a=۴$$

قد رضا برابر است با:

$$۱۸۰-۲\times ۴=۱۷۲$$

۴۶ - گزینه ۱

$$a^۳-ab^۲+a^۲-b^۲=\underbrace{a^۳+a^۲}_{\text{فاکتورگیری از } a^۲}-\underbrace{ab^۲-b^۲}_{\text{فاکتورگیری از } -b^۲}$$

$$=\underbrace{a^۲(a+۱)-b^۲(a+۱)}_{\text{فاکتورگیری از } (a+۱)}=(a+۱)(a^۲-b^۲)=(a+۱)(a-b)(a+b)$$

۴۷ - گزینه ۴ نکته: در یک چند جمله‌ای اگر به‌جای متغیرها عدد یک بگذاریم و حاصل را بدست آوریم، در واقع مجموع ضرایب را بدست آورده‌ایم.

$$x=۱\ ,\ y=۱ \rightarrow (۳x-۲y)(۴x+۲y)^۲=(۳-۲)(۴+۲)^۲=۱\times ۶^۲=۳۶$$

۴۸ - گزینه ۳ هرگاه همهٔ ضرایب یک چندجمله‌ای صفر باشد آن را متحد با صفر می‌نامند.

$$\rightarrow \begin{cases} a-۴=۰ \rightarrow a=۴ \\ a-۳b+۵=۰ \rightarrow ۴-۳b+۵=۰ \rightarrow ۳b=۹ \rightarrow b=۳ \\ ۴b-۲c=۰ \rightarrow ۱۲-۲c=۰ \rightarrow ۲c=۱۲ \rightarrow c=۶ \\ c-۳d=۰ \rightarrow ۶-۳d=۰ \rightarrow ۳d=۶ \rightarrow d=۲ \end{cases}$$

۴۹ - گزینه ۲

هرگاه در دو چند جمله‌ای ضرایب عبارت‌های هم درجه با هم برابر باشند آن دو چند جمله‌ای باهم متحد هستند.

$(n-۲)x^۴ + (n-m+۲)x^۳ = ۲x^۴ + ۷x^۳$

$\rightarrow n-۲ = ۲ \rightarrow n = ۴ \qquad (۱)$

$n-m+۲ = ۷ \xrightarrow{(۱)} ۴-m+۲ = ۷ \rightarrow m = -۱$

۵۰ - گزینه ۳

نکته: اتحاد اول: $(a+b)^۲ = a^۲ + ۲ab + b^۲ \rightarrow a^۲ + b^۲ = (a+b)^۲ - ۲ab$

اتحاد دوم: $(a-b)^۲ = a^۲ - ۲ab + b^۲ \rightarrow a^۲ + b^۲ = (a-b)^۲ + ۲ab$

طبق نکتهٔ بالا داریم:

$$(a+b)^۲ = a^۲ + ۲ab + b^۲ \rightarrow ab = \frac{(a+b)^۲ - (a^۲+b^۲)}{۲}$$

$$\rightarrow ab = \frac{۱۲۱ - ۶۱}{۲} = ۳۰ \rightarrow a^۲b^۲ = ۹۰۰$$

۵۱ - گزینه ۲ عدد وسط مربع را n نام‌گذاری می‌کنیم. مجموع اعداد سطر وسط برابر است با $۲ + ۵ + n$. مجموع اعداد قطر برابر است با $x + n + ۷$. بنابراین عدد x تنها می‌تواند برابر با صفر باشد.

۵۲ - گزینه ۲ **نکته: اتحاد مربع دو جمله‌ای** $(a+b)^۲ = a^۲ + b^۲ + ۲ab$

$ab = ۱۴ \qquad a+b = ۹$

$(a+b)^۲ = a^۲ + b^۲ + ۲ab \rightarrow$ **مجموع مربعات** $= a^۲ + b^۲ = (a+b)^۲ - ۲ab = ۹^۲ - ۲ \times ۱۴ = ۸۱ - ۲۸ = ۵۳$

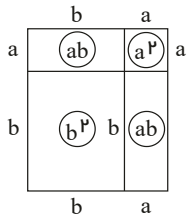
۵۳ - گزینه ۳ **نکته: اتحاد مربع تفاضل دو جمله‌ای:** $(a-b)^۲ = a^۲ + b^۲ - ۲ab$

$$a^۲ + b^۲ - ۲ab = (a-b)^۲ = (۲ - \sqrt{۳} - (۲ + \sqrt{۳}))^۲ = (۲ - \sqrt{۳} - ۲ - \sqrt{۳})^۲$$

$$= (-۲\sqrt{۳})^۲ = ۴ \times ۳ = ۱۲$$

۵۴ - گزینه ۲ به ازای هر مقدار از اعداد حقیقی همواره تساوی $x + x = ۲x$ برقرار است.

۵۵ - گزینه ۱



مساحت مربع : $a^۲ + b^۲ + ab + ab = a^۲ + b^۲ + ab$

مساحت مربع $= (a+b)^۲$

$(a+b)^۲ = a^۲ + b^۲ + ۲ab$

۵۶ - گزینه ۱

$AB + ۳ = (x-۳)(x+۳) + ۳ = x^۲ + ۳x - ۹ + ۳ = x^۲ - ۶$

نکته: $(x-۳)(x+۳) = x^۲ - ۳^۲ = x^۲ - ۹$ $\qquad (a-b)(a+b) = a^۲ - b^۲$ **اتحاد مزدوج**

۵۷ - گزینه ۲ **روش اول:**

$a^۳ + b^۳ = (a+b)(a^۲ - ab + b^۲)$ **اتحاد چاق و لاغر**

$$(x+y)(x^۲ - xy + y^۲) = \text{اولی}^۳ + \text{دومی}^۳ = x^۳ + y^۳ = (\frac{۱}{۲})^۳ + (\frac{۱}{۴})^۳$$

$$= \frac{۱}{۸} + \frac{۱}{۶۴} = \frac{۸+۱}{۶۴} = \frac{۹}{۶۴}$$

روش دوم:

$(x+y)(x^۲ - xy + y^۲)$

$$x^۳ - x^۲y + xy^۲ + yx^۲ - xy^۲ + y^۳ = x^۳ + y^۳ = (\frac{۱}{۲})^۳ + (\frac{۱}{۴})^۳ = (\frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲}) + (\frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۴})$$

$$\rightarrow \frac{۱}{۸} + \frac{۱}{۶۴} = \frac{۸+۱}{۶۴} = \frac{۹}{۶۴}$$

۵۸ - گزینه ۱

$$(\sqrt{۵} + \sqrt{۳})^{۵۰}(\sqrt{۵} - \sqrt{۳})^{۵۰} = \left[(\sqrt{۵} + \sqrt{۳})(\sqrt{۵} - \sqrt{۳})\right]^{۵۰}$$

$$= \left[(\sqrt{۵})^۲ - (\sqrt{۳})^۲\right]^{۵۰} = [۵-۳]^{۵۰} = ۲^{۵۰}$$

$۴^{۲۵} = (۲^۲)^{۲۵} = ۲^{۵۰}$ **گزینه‌ی اول**

اتحاد مزدوج $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

۵۹ - گزینه ۴

اتحاد مزدوج $=(a-b)(a+b)=a^2-b^2 \to m-n=k \to m=k+n$

$m^2-n^2=10k^2 \to (m-n)(m+n)=10k^2$

$$k(m+n)=10k^2 \xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو طرف را بر } k} \frac{k(m+n)}{k}=\frac{10k^2}{k}$$

$$m+n=10k \xrightarrow{m=k+n} k+n+n=10k \to 2n=10k-k \to 2n=9k$$

۶۰ - گزینه ۲ **نکته:** **اتحاد مزدوج** $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$

در عبارت زیر ابتدا ۹ تا از توان‌های $5-\sqrt{24}$ را جدا می‌کنیم تا با مزدوج خود هم‌توان شود.

$$(5-\sqrt{24})^{10}(5+\sqrt{24})^9=(5-\sqrt{24})(5-\sqrt{24})^9(5+\sqrt{24})^9$$

$$=(5-\sqrt{24})\left[5^2-(\sqrt{24})^2\right]^9=(5-\sqrt{24})(25-24)^9=(5-\sqrt{24})(1)^9=5-\sqrt{24}$$

۶۱ - گزینه ۳

$$(5-\sqrt{24})^3(5+\sqrt{24})^2=\underbrace{(5-\sqrt{24})(5+\sqrt{24})}_{\text{اتحاد مزدوج}}\ \underbrace{(5-\sqrt{24})(5+\sqrt{24})}_{\text{اتحاد مزدوج}}(5-\sqrt{24})$$

$$=(25-24)(25-24)(5-\sqrt{24})=(1)(1)(5-\sqrt{24})=5-\sqrt{24}$$

۶۲ - گزینه ۴

$$\underset{\text{مجذور عدد}}{x^2}-39=(x\underset{\text{تفاضل آن عدد از ۳}}{-}\underset{\text{مجذور عدد}}{3})^2$$

اتحاد $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$

$$x^2-39=x^2-6x+9 \to 6x=9+39=48 \to x=\frac{48}{6}=8$$

۶۳ - گزینه ۴ **نکته: هرگاه مجموع چند عبارت که با توان زوج آمده‌اند صفر بود، تک تک آن عبارات صفر هستند.**

$(a-b)^2+(b-c)^2=0 \to \begin{cases} a-b=0 \\ b-c=0 \end{cases} \to$ **با هم برابرند** c,b,a

حال در عبارت خواسته شده به جای b و c نیز a می‌گذاریم:

$$\frac{2a}{b+c}=\frac{2a}{a+a}=\frac{2a}{2a}=1$$

۶۴ - گزینه ۴ **به کمک اتحاد** $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$ **و** $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$ **داریم:**

$$(a+b)^2-(a-b)^2=a^2+b^2+2ab-(a^2+b^2-2ab)=\cancel{a^2}+\cancel{b^2}+2ab-\cancel{a^2}-\cancel{b^2}+2ab=4ab$$

۶۵ - گزینه ۳ **می‌توانیم بنویسیم:**

$$(\sqrt{2005}-\sqrt{1995})(\sqrt{2005}+\sqrt{1995})=10$$

$$\Rightarrow \sqrt{2005}-\sqrt{1995}=\frac{10}{a}$$

۶۶ - گزینه ۳ **می‌توانیم بنویسیم:**

$$(\sqrt{22+12\sqrt{2}}-\sqrt{22-12\sqrt{2}})^2=(\sqrt{(3\sqrt{2}+2)^2}-\sqrt{(3\sqrt{2}-2)^2})^2$$

$$=(3\sqrt{2}+2-3\sqrt{2}+2)^2=4^2=2^4$$

۶۷ - گزینه ۲ **چون** $x+y=2$**، می‌توانیم بنویسیم:**

$$x^3+y^3=x^3+(2-x)^3=8-12x+6x^2$$

و چون $x\geq 0$ **و** $y\geq 0$**، باید حداقل و حداکثر** $8-12x+6x^2$ **را روی** $[0,2]$ **به دست بیاوریم. می‌دانیم که** x**هایی که به ازای آن‌ها این عبارت مقادیر حداقل و حداکثرش را می‌گیرد، بین مقدارهای ۰، ۲ و** $1=\frac{-12}{2\times 6}-$ **هستند و مقدار عبارت به ازای آن‌ها برابر است با ۸، ۸ و ۲. پس حداکثر مقدار عبارت ۸ است و حداقل آن ۲ است. تفاضل این مقدارها برابر است با:**

$8-2=6$

۶۸ - گزینه ۴

اتحاد مربع دو جمله‌ای : $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy \Rightarrow 20^2=x^2+y^2+2\times 36$

$\Rightarrow x^{۲} + y^{۲} = ۲۰^{۲} - ۲ \times ۳۶ = ۴۰۰ - ۷۲ = ۳۲۸$

۶۹ - گزینه ۴ $(x-۲)^{۲}$ و $(y+۵)^{۲}\sqrt{x-۷}$ دو عبارت همواره نامنفی هستند و جمع آن‌ها وقتی صفر می‌شود که هر کدام برابر صفر باشند.

$$\begin{cases} (x-۲)^{۲} = ۰ \to x = ۲ \\ (y+۵)^{۲} \times \sqrt{x-۷} = (y+۵)^{۲}\sqrt{۲-۷} = \sqrt{-۵} \times (y+۵)^{۲} = ۰ \end{cases}$$

چون زیر رادیکال منفی درآمد این عبارت به ازای هیچ x و y ای برقرار نمی‌باشد.

۷۰ - گزینه ۳ نکته: اتحاد مزدوج $a^{۲} - b^{۲} = (a-b)(a+b)$

$$(۲۰^{۲} - ۱۸^{۲}) + (۱۶^{۲} - ۱۴^{۲}) + \cdots + (۴^{۲} - ۲^{۲}) = [(۲۰-۱۸)(۲۰+۱۸)] +$$

$$[(۱۶-۱۴)(۱۶+۱۴)] + \cdots + [(۴-۲)(۴+۲)] = [۲(۲۰+۱۸)] + [۲(۱۸+۱۶)] + \cdots$$

$$+[۲(۴+۲)] \xlongequal{\text{از ۲ فاکتور می‌گیریم}} ۲[\underbrace{۲۰+۱۸+۱۶+۱۴+\cdots+۴+۲}_{\text{از ۲ داخل کروشه فاکتور می‌گیریم}}] =$$

$$۲ \times ۲(۱۰+۹+۸+۷+\cdots+۲+۱) = ۴(۱۰+۹+۸+۷+\cdots+۲+۱) =$$

$$۴(۱۰+۹+۸+۷+\cdots+۲+۱) = ۴ \times ۵۵ = ۲۲۰$$

۷۱ - گزینه ۳ طبق اتحاد مکعب سه جمله‌ای، جملات را باز می‌کنیم:

$$(x+y)^{۳} = x^{۳} + ۳x^{۲}y + ۳xy^{۲} + y^{۳}$$

$$(x+y)^{۳} - x^{۳} - y^{۳} = \cancel{x^{۳}} + ۳x^{۲}y + ۳xy^{۲} + \cancel{y^{۳}} - \cancel{x^{۳}} - \cancel{y^{۳}} = ۳x^{۲}y + ۳xy^{۲} = ۳xy(x+y)$$

سه حالت ممکن:

(۱) x زوج، y فرد $\leftarrow xy(x+y)$ زوج

(۲) x فرد، y زوج $\leftarrow xy(x+y)$ زوج

(۳) x فرد , y فرد
یا
x زوج , y زوج
$\leftarrow xy(x+y)$ زوج

$\leftarrow$ عبارت بالا بر ۳ و بر ۲ بخش‌پذیر است پس بر ۶ بخش‌پذیر است.

۷۲ - گزینه ۲ پاسخ: طبق اتحاد مزدوج تجزیه می‌کنیم:

$$(۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷ - ۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۳)(۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷ + ۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۳)$$
$$= ۵۵۵۵۵۵۵۵۵۵۵۵۵۵۴ \times \underbrace{۱۰^{۱۵}}_{\text{فقط صفر دارد}}$$

برای مجموع ارقام ۱۴ تا ۵ داریم و یک عدد ۴

$$۱۴ \times ۵ + ۴ = ۷۴$$

۷۳ - گزینه ۴ می‌توان نوشت:

$$\left(\left(\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}\right)\left(\frac{\sqrt{۵}-۱}{۲}\right)\right)^{۲۰۰۰} = \left(\frac{۵-۱}{۴}\right)^{۲۰۰۰} = ۱$$

۷۴ - گزینه ۳ دو طرف عبارت $(x+\frac{۱}{x}) = ۳$ را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(x+\frac{۱}{x})^{۲} = ۳^{۲} \Rightarrow x^{۲} + \frac{۱}{x^{۲}} + ۲ = ۹ \Rightarrow x^{۲} + \frac{۱}{x^{۲}} = ۷$$

$$\Rightarrow -\frac{۱}{x^{۲}} + ۵ - x^{۲} = -(x^{۲} + \frac{۱}{x^{۲}}) + ۵ = -۷ + ۵ = -۲$$

۷۵ - گزینه ۲

$$۸a^{۲} - ۲۴ab + ۱۸b^{۲} \xrightarrow{\text{از ۲ فاکتور می‌گیریم}} ۲(۴a^{۲} - ۱۲ab + ۹b^{۲}) = ۲(۲a - ۳b)^{۲} = ۲ \times (۱)^{۲} = ۲$$

۷۶ - گزینه ۲ ابتدا طرفین معادلهٔ $a+b=۹$ را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(a+b)^{۲} = ۹^{۲} \to a^{۲} + b^{۲} + ۲ab = ۸۱ \quad (I)$$

$$a(a+۲b) = ۵۶ \to a^{۲} + ۲ab = ۵۶$$

در رابطهٔ (I) به جای $a^{۲} + ۲ab$ مقدار ۵۶ را قرار می‌دهیم:

$$۵۶ + b^۲ = ۸۱ \to b^۲ = ۲۵ \Rightarrow b = \pm ۵$$

برای $b = +۵$ داریم:

$$a + b = ۹ \Rightarrow a + ۵ = ۹ \Rightarrow a = ۴$$

برای $b = -۵$ داریم:

$$a + b = ۹ \Rightarrow a - ۵ = ۹ \Rightarrow a = ۱۴$$

مقدار a می‌تواند برابر ۴ و ۱۴ باشد که فقط عدد ۴ در گزینه‌ها قرار دارد.

۷۷ - گزینه ۲ چون کسر به ازای $x = ۱$ و $x = -۳$ تعریف نشده است، پس این دو x ریشه‌های مخرج هستند و به ازای آن‌ها مخرج صفر می‌شود.

$$x = ۱ \to (۱)^۲ + a(۱) + b = ۰ \to a + b = -۱ \quad (I)$$

$$x = -۳ \to (-۳)^۲ + (-۳)a + b = ۰ \to -۳a + b = -۹ \quad (II)$$

دو عبارت (I) و (II) را در دستگاه معادلهٔ خط قرار داده و a و b را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} a + b = -۱ \\ -۳a + b = -۹ \end{cases} + \begin{cases} \cancel{-۳}a + ۳b = -۳ \\ -\cancel{۳}a + b = -۹ \end{cases}$$

$$۴b = -۱۲ \to b = -۳$$

$$a + b = -۱ \xrightarrow{b=-۳} a - ۳ = -۱ \Rightarrow a = ۲$$

$$a - b = ۲ - (-۳) = ۲ + ۳ = ۵$$

۷۸ - گزینه ۳ ابتدا معکوس کسرها را می‌نویسیم و در حالت ضرب صورت و مخرج‌هایی را که امکان ساده شدن دارند، ساده می‌کنیم.

$$\frac{\cancel{۲}}{۱} \times \frac{\cancel{۳}}{\cancel{۲}} \times \frac{\cancel{۴}}{\cancel{۳}} \times \cdots \times \frac{\cancel{۱۳۹۲}}{\cancel{۱۳۹۱}} \times \frac{۱۳۹۳}{\cancel{۱۳۹۲}} = ۱۳۹۳$$

۷۹ - گزینه ۳ چون حاصل $x^۲ + ۳x + ۲ = ۰$ است، می‌توانیم از حاصل $(x - ۱)(x + ۴)$ کم کنیم، بدون اینکه حاصل آن تغییری کند.

$$(x - ۱)(x + ۴) - (x^۲ + ۳x + ۲) = x^۲ + ۳x - ۴ - x^۲ - ۳x - ۲ = -۶$$

راه‌حل دوم:

$$\left.\begin{array}{l} (x - ۱)(x + ۴) = x^۲ + ۳x - ۴ \\ x^۲ + ۳x + ۲ = ۰ \Rightarrow x^۲ + ۳x = -۲ \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$x^۲ + ۳x - ۴ = -۲ - ۴ = -۶$$

۸۰ - گزینه ۱ ابتدا باتوجّه به اتحاد مزدوج $a^۲ - b^۲$ را تجزیه می‌کنیم:

$$a^۲ - b^۲ = (a - b)(a + b) = ۲۵k^۲ \xrightarrow{a+b=k}$$

$$(a - b)k = ۲۵k^۲ \Rightarrow (a - b) = ۲۵k \Rightarrow k = \frac{a - b}{۲۵}$$

حال مقدار K را جایگذاری می‌کنیم:

$$a + b = k$$

$$\Rightarrow a + b = \frac{a - b}{۲۵} \Rightarrow ۲۵a + ۲۵b = a - b$$

$$\Rightarrow ۲۵a - a = -b - ۲۵b$$

$$\Rightarrow ۲۴a = -۲۶b$$

$$\Rightarrow ۱۲a = -۱۳b$$

$$\Rightarrow a = \frac{-۱۳}{۱۲}b$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = -\frac{۱۳}{۱۲}$$

۸۱ - گزینه ۲ ابتدا طرف چپ تساوی را ساده می‌کنیم:

$$(x - ۱)(x^۳ + bx^۲ + ax - ۲) = x^۴ - ۳x + ۲$$

$\cancel{x^۳} + bx^۳ + ax^۲ - ۲x - x^۳ - bx^۲ - ax + ۲ = \cancel{x^۳} - ۳x + ۲$

$(b-۱)x^۳ + (a-b)x^۲ - (a+۲)x + \cancel{۲} = -۳x + \cancel{۲}$

باتوجه به تساوی بالا:

$b - ۱ = ۰ \Rightarrow b = ۱$

$a - b = ۰ \Rightarrow a = b = ۱ \Rightarrow a = ۱$

$-(a+۲) = -۳ \Rightarrow a = ۱$

در نتیجه:

$a + b = ۱ + ۱ = ۲$

۸۲ - گزینه ۱

مساحت مستطیل = (عرض × طول) = $(۲x+۴)(۲x+۷)$

$\rightarrow ۴x^۲ + ۱۴x + ۸x + ۲۸ = ۴x^۲ + ۲۲x + ۲۸$

مساحت مربع = (یک ضلع × خودش) = $(۲x+۳)(۲x+۳)$

$\rightarrow ۴x^۲ + ۶x + ۶x + ۹$

مساحت قسمت باقی‌مانده = مساحت مستطیل − مساحت مربع

$= ۴x^۲ + ۲۲x + ۲۸ - (۴x^۲ + ۱۲x + ۹)$

$= \cancel{۴x^۲} + ۲۲x + ۲۸ - \cancel{۴x^۲} - ۱۲x - ۹$

$= ۱۰x + ۱۹$

۸۳ - گزینه ۳ ابتدا دو طرف $a + \frac{۱}{a} = ۳$ را به توان ۲ می‌رسانیم:

$(a + \frac{۱}{a})^۲ = (۳)^۲ \Rightarrow a^۲ + \frac{۱}{a^۲} + ۲ = ۹ \Rightarrow a^۲ + \frac{۱}{a^۲} = ۷$

دوباره دو طرف عبارت را به توان ۲ می‌رسانیم:

$a^۴ + \frac{۱}{a^۴} + ۲ = ۴۹ \Rightarrow a^۴ + \frac{۱}{a^۴} = ۴۷$

۸۴ - گزینه ۴ عبارت صورت سؤال را تجزیه می‌کنیم، اوّل از اتحاد مربع دوجمله‌ای کمک می‌گیریم و سپس باتوجّه به اتحاد مزدوج داریم:

$x^۲ - ۴x + ۴ - y^۲ = (x-۲)^۲ - y^۲ =$

$(x - ۲ - y)(x - ۲ + y) = (x - y - ۲)(x + y - ۲)$

۸۵ - گزینه ۱

$۸۱x - a^۴x = x(۸۱ - a^۴) = x(۳^۴ - a^۴) =$

$x(۳^۲ - a^۲)(۳^۲ + a^۲) = x(۳ - a)(۳ + a)(۳^۲ + a^۲)$

۸۶ - گزینه ۳

$۹ \times ۱۱ \times ۱۰۱ \times ۱۰۰۰۱ + ۱$

$= (۱۰ - ۱)(۱۰ + ۱)(۱۰۰ + ۱)(۱۰۰۰۰ + ۱) + ۱$

$= (۱۰ - ۱)(۱۰ + ۱)(۱۰^۲ + ۱)(۱۰^۴ + ۱) + ۱$

$= (۱۰^۲ - ۱)(۱۰^۲ + ۱)(۱۰^۴ + ۱) + ۱ =$

$(۱۰^۴ - ۱)(۱۰^۴ + ۱) + ۱ = ۱۰^۸ - ۱ + ۱ = ۱۰^۸$

۸۷ - گزینه ۱ کم‌ترین مقدار زمانی اتّفاق می‌افتد که عبارت داخل پرانتز برابر صفر شود.

$a^۲ + ۸a + ۲۰ = a^۲ + ۸a + ۱۶ + ۴ = (a + ۴)^۲ + ۴$

۸۸ - گزینه ۴ احتمالاً در گزینهٔ ۴ به جای $۴x^۲$، $۴x$ باید قرار می‌گرفت.

۸۹ - گزینه ۳ ابتدا نامعادله را حل می‌کنیم:

$$۴ - \frac{x+۱}{۲} \geq ۱ \Rightarrow ۴ - ۱ \geq \frac{x+۱}{۲} \xrightarrow{\times ۲} ۶ \geq x + ۱ \Rightarrow x \leq ۵$$

اعداد اوّل کوچک‌تر یا مساوی ۵ برابرند با: ۲، ۳ و ۵

۹۰ - گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱:

$a + b = ۰ \Rightarrow a = -b$

با جایگذاری $a = -b$ داریم:

$a^۲ + b^۲ = ab$

$\Rightarrow (-b)^۲ + b^۲ = (-b)(b) \Rightarrow ۲b^۲ \neq -b^۲$

گزینهٔ ۲:

$a - b = ۰ \Rightarrow a = b$

با جایگذاری $a = b$ داریم:

$a^۲ + b^۲ = ab \Rightarrow b^۲ + b^۲ = (b)(b) \Rightarrow ۲b^۲ \neq b^۲$

$a = \frac{۱}{۲}b$

گزینهٔ ۳:

با جایگذاری $a = \frac{۱}{۲}b$ داریم:

$$a^۲ + b^۲ = ab \Rightarrow (\frac{۱}{۲}b)^۲ + b^۲ = b(\frac{۱}{۲}b)$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۴}b^۲ + b^۲ = \frac{۱}{۲}b^۲ \Rightarrow \frac{۵}{۴}b^۲ \neq \frac{۱}{۲}b^۲$$

گزینهٔ ۴:

با جایگذاری $b = a = ۰$ داریم:

$a^۲ + b^۲ = ab \Rightarrow ۰^۲ + ۰^۲ + ۰^۲ = ۰ \times ۰ \Rightarrow ۰ = ۰$

گزینهٔ ۴ پاسخ صحیح است.

۹۱ - گزینه ۳ چون $x^۲ = ۳$ است، پس از ساده کردن عبارت، در عبارت ساده شدهٔ سؤال، به جای $x^۲$ عدد ۳ قرار می‌دهیم.

$$\left[x^۲\underbrace{(x+\sqrt{۷})(x-\sqrt{۷})}_{\text{اتحاد مزدوج}} - x^۲\right] = \left[x^۲(x^۲ - ۷) - x^۲\right]$$

$$\xrightarrow{x^۲=۳} [۳(۳ - ۷) - ۳] = (۳ \times -۴) - ۳ = -۱۲ - ۳ = -۱۵$$

۹۲ - گزینه ۱ مساحت مربع با داشتن قطر آن به صورت $\frac{\text{مجذور قطر}}{۲}$ محاسبه می‌شود.

$$\frac{(۲a-b)^۲}{۲} = \frac{۴a^۲ - ۴ab + b^۲}{۲} = ۲a^۲ - ۲ab + \frac{b^۲}{۲} = ۲a^۲ + \frac{b^۲}{۲} - ۲ab$$

۹۳ - گزینه ۱ باتوجه به اتحاد جمله مشترک این عبارت را تجزیه می‌کنیم.

$۲۵x^۲ + ۳۵x + ۱۲ = (۵x + ۳)(۵x + ۴)$

۹۴ - گزینه ۴

$$\underbrace{(\sqrt{۳} + x^۲)(x^۲ - \sqrt{۳})}_{(۱)}(۴ + x^۴)$$

$(۱) \Rightarrow (x^۲ + \sqrt{۳})(x^۲ - \sqrt{۳}) \underline{\underline{\text{اتحاد مزدوج}}}\ x^۴ - ۳$

$\Rightarrow (x^۴ - ۳)(x^۴ + ۴) \underline{\underline{\text{اتحاد جمله مشترک}}}\ x^۸ + x^۴ - ۱۲$

۹۵ - گزینه ۲

$$x^۲y^۲ - z^۲ - ۴xy + ۴ = \underbrace{x^۲y^۲ - ۴xy + ۴}_{\text{اتحاد مربع دو جمله‌ای در تجزیه}} - z^۲$$

$$= (xy - ۲)^۲ - z^۲ \underset{\text{اتحاد مزدوج در تجزیه}}{=} (xy - ۲ - z)(xy - ۲ + z)$$

۹۶ - گزینه ۲

$$\underbrace{x^۲ + ۴xy + ۴y^۲}_{\text{اتحاد مربع دو جمله‌ای}} - ۲x - ۴y - ۳$$

$$= (x + ۲y)^۲ - \underbrace{۲x - ۴y}_{\text{از ۲- فاکتورگیری می‌کنیم}} - ۳$$

$$= (x + ۲y)^۲ - ۲(x + ۲y) - ۳$$

سپس باتوجّه به اتحاد جمله مشترک (جمله مشترک $x + ۲y$) داریم:

$$(x + ۲y - ۳)(x + ۲y + ۱)$$

۹۷ - گزینه ۱ ابتدا هر کدام از دو عبارت را تجزیه می‌کنیم:

$$۶b(x^۲ - x - ۶) = ۶b(x - ۳)(x + ۲) = ۲ \times ۳b(x - ۳)(x + ۲)$$

$$۸b(x^۲ - ۴x + ۳) = ۸b(x - ۱)(x - ۳) = ۲^۳ \times b(x - ۱)(x - ۳)$$

حال برای به دست آوردن مقدار ب.م.م شمارندهٔ مشترک با کمترین توان.

ب.م.م دو عبارت $= ۲b(x - ۳)$

همچنین برای به دست آوردن ک.م.م دو عبارت شمارندهٔ مشترک با بیشترین توان ضربدر شمارنده‌های غیرمشترک.

ک.م.م دو عبارت $= ۲^۳ \times ۳b(x - ۳)(x - ۱)(x + ۲)$

حال نسبت ک.م.م به ب.م.م را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۲^۳ \times ۳b(x - ۳)(x - ۱)(x + ۲)}{۲b(x - ۳)} = ۲^۲(x - ۱)(x + ۲) \times ۳ = ۱۲(x^۲ + x - ۲)$$

۹۸ - گزینه ۲ چون $x^۲ - ۶xy + y^۲ = ۰$ ، پس: $x^۲ + y^۲ = ۶xy$

حال حاصل $(\frac{x - y}{x + y})^۲$ را به دست می‌آوریم:

$$(\frac{x - y}{x + y})^۲ = \frac{x^۲ + y^۲ - ۲xy}{x^۲ + y^۲ + ۲xy}$$

در عبارت بالا به جای $x^۲ + y^۲$ عبارت $۶xy$ را قرار می‌دهیم:

$$\frac{۶xy - ۲xy}{۶xy + ۲xy} = \frac{۴xy}{۸xy} = \frac{۱}{۲}$$

۹۹ - گزینه ۴ دو طرف تساوی $x^۲ - x^{-۲} = ۶$ را به توان دو می‌رسانیم:

$$(x^۲ - \frac{۱}{x^۲})^۲ = (۶)^۲ \to x^۴ + \frac{۱}{x^۴} - ۲ = ۳۶$$

$$x^۴ + \frac{۱}{x^۴} = ۳۸$$

۱۰۰ - گزینه ۲

$$۲x^۲ + bx - ۱۲ = (۲x + m)(x + ۴)$$

$$۲x^۲ + bx - ۱۲ = ۲x^۲ + ۸x + mx + ۴m$$

$$۲\cancel{x^۲} + bx - ۱۲ = ۲\cancel{x^۲} + (۸ + m)x + ۴m$$

$$\Rightarrow bx - ۱۲ = (۸ + m)x + ۴m$$

باتوجّه به اینکه دو عبارت درجهٔ یک با هم برابرند، پس ضرایب x با هم و عدد ثابت‌ها با هم برابرند:

$$\left.\begin{array}{l} b = ۸ + m \Rightarrow b - m = ۸ \\ , ۴m = -۱۲ \Rightarrow m = -۳ \\ \Rightarrow b = ۸ + m \xrightarrow{m=-۳} b = ۸ - ۳ = ۵ \end{array}\right\} \Rightarrow m = b = -۳ + ۵ = ۲$$

۱۰۱ - گزینه ۳ ابتدا از ۲ فاکتور می‌گیریم:

$$۲A^۲ + ۲۰A + ۵۰ = ۲(A^۲ + ۱۰A + ۲۵)$$

سپس باتوجه به اتحاد مربع دوجمله‌ای تجزیه می‌کنیم:

$$۲(A^۲ + ۱۰A + ۲۵) = ۲(A + ۵)^۲$$

حال A را در عبارت بالا جایگذاری می‌کنیم:

$$۲(xy + ۲x + ۳y + ۱ + ۵)^۲ = ۲(xy + ۲x + ۳y + ۶)^۲$$

با بررسی گزینه‌ها مشخص می‌شود که عبارت به دست آمده با گزینهٔ ۳ برابر است.

$$۲[(x+۳)(y+۲)]^۲ = ۲(xy+۲x+۳y+۶)^۲$$

۱۰۲ - گزینه ۴ از داخلی‌ترین رادیکال شروع به حل سؤال می‌کنیم:

۹۸×۱۰۲ با استفاده از اتحاد مزدوج برابر $(۱۰۰-۲)(۱۰۰+۲)$ است، پس:

$$\sqrt{۴+(۱۰۰-۲)(۱۰۰+۲)} = \sqrt{۴+۱۰۰^۲-۴} = \sqrt{۱۰۰^۲} = ۱۰۰$$

حال داریم:

۹۶×۱۰۰ برابر است با $(۹۸-۲)(۹۸+۲)$ پس:

$$\sqrt{۴+(۹۸-۲)(۹۸+۲)} = \sqrt{۴+۹۸^۲-۴} = \sqrt{۹۸^۲} = ۹۸$$

داریم:

۹۴×۹۸ نیز برابر $(۹۶-۲)(۹۶+۲)$ است، پس:

$$\sqrt{۴+(۹۶-۲)(۹۶+۲)} = \sqrt{۴+۹۶^۲-۴} = \sqrt{۹۶^۲} = ۹۶$$

۱۰۳ - گزینه ۲ ابتدا طرفین عبارت $x-y=۳$ را به توان دو می‌رسانیم:

$$(x-y)^۲ = (۳)^۲ \Rightarrow x^۲+y^۲-۲xy = ۹$$

آن‌گاه همان‌طور که در صورت سؤال داریم $xy=۱۰$ پس به جای xy در عبارت بالا عدد ۱۰ قرار می‌دهیم:

$$x^۲+y^۲-۲(۱۰) = ۹ \Rightarrow x^۲+y^۲ = ۲۹$$

حاصل عبارت $x^۲+y^۲-۱۰$ را با جایگذاری $x^۲+y^۲=۲۹$ به دست می‌آوریم:

$$\underbrace{x^۲+y^۲}_{۲۹}-۱۰ = ۲۹-۱۰ = ۱۹$$

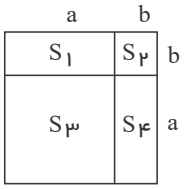
۱۰۴ - گزینه ۴ ابتدا باید مساحت شکل‌ها را بررسی کنیم و در بین گزینه‌ها تنها مساحت مربع برابر با $a^۲+b^۲+۲ab$ می‌شود.

$S_۱ = ab$

$S_۲ = b \times b = b^۲$

$S_۳ = a \times a = a^۲$

$S_۴ = ab$



مجموع مساحت‌ها $= a^۲+^۲+ab+ab = a^۲+b^۲+۲ab$

۱۰۵ - گزینه ۴

$$\underbrace{(۲x^۲-\sqrt{۷})(۲x^۲+\sqrt{۷})}_{\text{اتحاد مزدوج}}(۴x^۴+۵)$$

$$= ((۲x^۲)^۲-(\sqrt{۷})^۲)(۴x^۴+۵) = (۴x^۴-۷)(۴x^۴+۵)$$

حال باتوجه به اتحاد جمله مشترک داریم:

$$(۴x^۴-۷)(۴x^۴+۵) = (۴x^۴)^۲-۲(۴x^۴)-۳۵ = ۱۶x^۸-۸x^۴-۳۵$$

۱۰۶ - گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: $(a+b)^۲+۲ab = a^۲+۲ab+b^۲+۲ab = a^۲+b^۲+۴ab$

گزینهٔ ۲: $(b+a)^۲-۴ab = a^۲+۲ab+b^۲-۴ab = a^۲-۲ab+b^۲ = (a-b)^۲$

گزینهٔ ۳: $(b+a)^۲-۲ab = a^۲+۲ab+b^۲-۲ab = a^۲+b^۲$

گزینهٔ ۴: $(b+a)^۲+۴ab = a^۲+۲ab+b^۲+۴ab = a^۲+b^۲+۶ab$

۱۰۷ - گزینه ۴

$$a^۲+۱۰b^۲-۶ab-۲b+۱ = ۰$$
$$\to a^۲+b^۲+(۳b)^۲-۶ab-۲b+۱ = ۰$$
$$\to a^۲+(۳b)^۲-۶ab+b^۲-۲b+۱ = ۰$$
$$\to (a-۳b)^۲+(b-۱)^۲ = ۰$$

هردو پرانتز به‌توان دو رسید و در نتیجه هردو نامنفی است و تنها زمانی جمع دوعبارت نامنفی صفر می‌شود که هردو صفر باشند.

$$(a-۳b)^۲+(b-۱)^۲ = ۰ \to b=۱ \text{ و } a=۳b \xrightarrow{b=۱} a=۳$$

۱۰۸ - گزینه ۳ از اتحاد جملهٔ مشترک استفاده می‌کنیم:

$$(x+a)(x+b) = x^۲+(a+b)x+ab$$
$$\to (۱+x^۳)(۱-x^۵) = ۱^۲+(x^۳-x^۵)۱+(x^۳)(-x^۵) = ۱-x^۵+x^۳-x^۸$$

۱۰۹ - گزینه ۲ از اتحاد مربع سه جمله‌ای استفاده می‌کنیم:

$$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$$
$$\to (a+b+c)^2 = (a^2+b^2+c^2)+2(ab+ac+bc)$$
$$\to 7^2 = 11+2(ab+ac+bc)$$
$$\to ab+ac+bc = \frac{49-11}{2} = \frac{38}{2} = 19$$

۱۱۰ - گزینه ۳ به کمک اتحاد مربع و اتحاد مزدوج حاصل را بدست می‌آوریم:

$$(25+10x+x^2)(x^2-10x+25) = (5+x)^2(5-x)^2 = (25-x^2)^2$$

۱۱۱ - گزینه ۴ عبارت صورت سوال را در $(3-1)$ ضرب و تقسیم می‌کنیم و در صورت از اتحاد مزدوج ($(a-b)(a+b)=a^2-b^2$) استفاده می‌کنیم که داریم:

$$\frac{(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)\cdots(3^{64}+1)}{(3-1)} = \frac{(3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)\cdots(3^{64}+1)}{2}$$
$$= \frac{(3^{64}-1)(3^{64}+1)}{2} = \frac{(3^{64})^2-1^2}{2} = \frac{3^{128}-1}{2}$$

۱۱۲ - گزینه ۳ ابتدا مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ $\frac{2}{3}x - x > 2x+m$ را برحسب m به دست می‌آوریم:

$$\frac{2}{3}x - x > 2x+m \to \frac{2}{3}x - x - 2x > m$$
$$\frac{-7}{3}x > m$$

دو طرف را در $-\frac{3}{7}$ ضرب می‌کنیم و چون در عدد منفی ضرب شده، علامت نامعادله عوض می‌شود.

$$x < -\frac{3}{7}m$$

باتوجه به اینکه مجموعه جواب نامعادله برابر $x < 6$ است، پس: $-\frac{3}{7}m = 6$

$$-\frac{3}{7}m = 6 \to m = -14$$

۱۱۳ - گزینه ۴ a و b حتماً فرد هستند و $a+b+c$ زوج است پس c زوج است و در نتیجه $c=2$. (عدد ۲ تنها عدد اول زوج است) از طرفی

$$2a = (a+b+c)+(a-b-c) = 78+40$$

پس $a=59$ و در نتیجه $b=17$. بنابراین:

$$abc = 59\times 17\times 2 = 2006$$

۱۱۴ - گزینه ۲ در شش جایگشت رقم‌ها، هر رقم دو بار صدگان است، دو بار دهگان و دو بار یکان و در نتیجه حاصل جمع همه این عددها برابر است با:

$$(a+b+c)(2\times 100+2\times 10+2) = 1554$$

پس $a+b+c=7$ که تنها وقتی ممکن است که $a=1$ و $b=2$ و $c=4$

۱۱۵ - گزینه ۴

توجه کنید که اگر $a_0,\cdots,a_4 \in \{-1,0,1\}$ و $b_0,\cdots,b_4 \in \{-1,0,1\}$ و $a_0+a_1\times 3+\cdots+a_4\times 3^4 = b_0+b_1\times 3+\cdots+b_4\times 3^4$ آنگاه $a_4=b_4$ چون

$$2\times(1+3+3^2+3^3) = 3^4-1 < 3^4$$

به همین ترتیب بقیه‌ی a_i ها هم با b_i های متناظرشان مساوی‌اند و در نتیجه، نمی‌توان عددی را به دو صورت به این شکل نمایش داد. به علاوه برای این‌که حاصل جمع عددی مثبت باشد، باید ضریب [ناصفر] جمله‌ای که بیش‌ترین نما را دارد برابر ۱ باشد پس یک عدد مثبت به ازای $a_0=1$ و $a_1=\cdots=a_4=0$ به دست می‌آید، ۳ عدد مثبت به ازای a_0 دلخواه، $a_1=1$ و $a_2=a_3=a_4=0$، 3×3 عدد مثبت به ازای a_0 و a_0 دلخواه، $a_2=1$ و $a_3=a_4=0$، $3\times 3\times 3$ عدد مثبت به ازای a_0 و a_1 و a_2 دلخواه، $a_3=1$ و $a_4=0$ و بالاخره $3\times 3\times 3\times 3$ عدد مثبت به ازای a_0، a_1، a_2 و a_3 دلخواه و $a_4=1$ تعداد کل این عددها برابر است با: $1+3+9+27+81=121$

۱۱۶ - گزینه ۴ $x^2-2004\le 0$ معادل است با: $-\sqrt{2004}\le x\le\sqrt{2004}$

۱۱۷ - گزینه ۴ چون a و $a-b$ اول‌اند، a نمی‌تواند اولین عدد اول باشد و در نتیجه باید فرد باشد. به همین استدلال $a+b$ هم فرد است. پس b زوج است و در نتیجه $b=2$. یکی از سه عدد $a-2$، a و $a+2$ مضرب ۳ هستند و هر سه هم اول‌اند، پس $a-2=3$ و در نتیجه $a=5$. به این ترتیب:

$$S = 5+2+(5-2)+(5+2) = 17$$

۱۱۸ - گزینه ۲ می‌توانیم بنویسیم:

$$a^3+\frac{1}{a^3} = (a+\frac{1}{a})^3 - 3\times a\times\frac{1}{a}\times(a+\frac{1}{a}) = (\sqrt{6})^3 - 3\sqrt{6} = 3\sqrt{6}$$

۱۱۹ - گزینه ۴ با یافتن مثال نقض ثابت می‌کنیم که هیچ یک از گزاره‌های الف و ب و ج صحیح نیست.

الف) $10\times 10 > 99\ ,\ (10+10+0/1 = 20/1\ ,\ 10\ge 10\ge 0/1)$

ب) $20/05\times 0/04 < 1\ ,\ (20/05+0/04+0/01 = 20/1\ ,\ 20/05\ge 0/04\ge 0/01)$

ج) $۱۵ \times ۵ = ۷۵ \ , \ (۱۵ + ۵ + ۰/۱ = ۲۰/۱ \ , \ ۱۵ \geq ۵ \geq ۰/۱)$

۱۲۰ - گزینه ۴ اگر $x \leq ۰$ ، عبارت طرف چپ نامعادله‌ی داده شده به $(۱ - (-x))(۱ + x) = (۱ + x)^۲$ تبدیل می‌شود و نامعادله جز به ازای $x = -۱$ برقرار است. اگر $x \geq ۰$ ، عبارت طرف چپ نامعادله داده شده به $(۱ - x)(۱ + x) = ۱ - x^۲$ تبدیل می‌شود، به این ترتیب مجموعه جواب نامعادله‌ی عبارت است از:

$$((-\infty, ۰] - \{-۱\}) \cup ([۰, +\infty) \cap (-۱, ۱))$$

$$= (-\infty, -۱) \cup (-۱, ۰) \cup [۰, ۱)$$

$$= (-\infty, -۱) \cup (-۱, ۱)$$

۱۲۱ - گزینه ۲ از میان گزینه‌ها تنها حاصل $a + b$ از b بزرگ‌تر است.

$$a \times b < b$$

$$a \div b < a < b$$

۱۲۲ - گزینه ۴ $a - ۱ = e - ۵$ پس وقتی ۵ واحد از e کم می‌کنیم حاصل برابر با کم کردن یک واحد از a است. بنابراین e از a بیش‌تر است. به همین ترتیب می‌توان نشان داد که e از تمام اعداد دیگر یعنی b و c و d نیز بزرگ‌تر است.

۱۲۳ - گزینه ۳ ابتدا دو طرف نامعادله را معکوس می‌کنیم:

$$\frac{۲}{۷ - x} > ۱ \ \rightarrow \ \frac{۷ - x}{۲} < ۱ \ \xrightarrow{\times ۲} ۷ - x < ۲ \ \rightarrow \ ۷ - ۲ < x \Rightarrow ۵ < x$$

پس $x = ۶$ است. اگر گزینه‌ی ۴ که $x = ۷$ است را انتخاب کنیم کسر $\frac{۲}{۷x}$ برابر با یک عبارت نامعین می‌شود چون مخرج کسر صفر است.

۱۲۴ - گزینه ۳ دو طرف نامعادله را در عدد دو ضرب می‌کنیم:

$$x - ۶ \geq ۶x - ۳ \ \Rightarrow \ x - ۶x \ \geq ۶ - ۳ \Rightarrow \ -۵x \ \geq ۳ \xrightarrow{\text{تقسیم بر } (-۵)} x \leq -\frac{۳}{۵}$$

$$\Rightarrow \ \left\{x \,|x \in R \ , \ x \leq -\frac{۳}{۵}\right\}$$

۱۲۵ - گزینه ۲ ابتدا دو طرف نامعادله را در ۱۰ ضرب می‌کنیم

$$\frac{x - ۳}{۵} + ۲ \geq \frac{x}{۲} \ \xrightarrow{\times ۱۰} ۲x - ۶ + ۲۰ \ \geq ۵x \ \Rightarrow \ ۲x - ۵x \ \geq \ ۶ - ۲۰$$

$$\Rightarrow \ -۳x \ \geq -۱۴ \ \xrightarrow{\div(-۳)} x \leq \frac{۱۴}{۳}$$

اعداد حسابی کوچک‌تر از $\frac{۱۴}{۳} \leftarrow \{۰, ۱, ۲, ۳, ۴\}$

۱۲۶ - گزینه ۴ نامعادله را حل می‌کنیم و مجموعهٔ جواب آن را به دست می‌آوریم:

$$\frac{-۲ - x + ۱}{۲} \leq \frac{x + ۱}{۳} \rightarrow \frac{-x - ۱}{۲} \leq \frac{x + ۱}{۳}$$

دو طرف نامعادله را در عدد ۶ ضرب می‌کنیم:

$$+۳(-x - ۱) \leq ۲(x + ۱)$$

$$-۳x - ۳ \leq ۲x + ۲$$

$$-۵ \leq ۵x$$

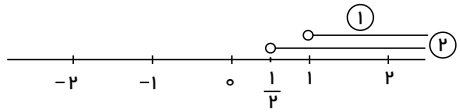
$$-\frac{۵}{۵} \leq x \rightarrow -۱ \leq x$$

مجموعهٔ جواب $= \{x \in \mathbb{R} \,|-۱ \leq x\}$

۱۲۷ - گزینه ۲ ابتدا دو نامعادله را حل می‌کنیم، سپس قسمت‌های مشترک مربوط به مجموع جواب آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$۱ - x < ۰ \Rightarrow -x < -۱ \Rightarrow x > ۱ \quad (۱)$$

$$۲x - ۱ > ۰ \Rightarrow ۲x > ۱ \Rightarrow x > \frac{۱}{۲} \quad (۲)$$



قسمت مشترک $x > ۱$ است.

۱۲۸ - گزینه ۲ ابتدا باید مجموعهٔ جواب نامعادله را به دست آوریم:

$$(x - ۲) + ۲(x - ۲)^۲ \leq ۲x(x - ۳) + ۳$$

$$(x - ۲) + ۲(x^۲ + ۴ - ۴x) \leq ۲x^۲ - ۶x + ۳$$

$\rightarrow x - ۲ + ۲\cancel{x^۲} + ۸ - ۸x \leq ۲\cancel{x^۲} - ۶x + ۳$

$-۷x + ۶x \leq ۳ - ۶ \Rightarrow -x \leq -۳$

نکته: اگر طرفین نامعادله را در -۱ ضرب کنیم، علامت نامعادله عوض می‌شود.

$x \geq ۳$

باتوجّه به گزینه‌ها فقط $۱ + \sqrt{۳}$ بزرگ‌تر از ۳ نیست.

۱۲۹ - گزینه ۲ نامساوی‌ها را بررسی می‌کنیم:

نادرست است.

$ac - ۲c > ۰ \Rightarrow c(a - ۲) > ۰$

چون

$(a - ۲) > ۰ \xrightarrow[\text{منفی } C<۰ \text{ جهت نامساوی تغییر می‌کند}]{\text{ضرب طرفین نامعادله در عددی}} c(a - ۲) < ۰ \Rightarrow ac - ۲c < ۰$

$ab - ۲b > ۰ \Rightarrow b(a - ۲) > ۰$

باتوجّه به اینکه $c < ۰$ و $b + c > ۰$ است، پس b مقداری مثبت است، پس با ضرب طرفین نامساوی در عددی مثبت جهت نامساوی تغییر نمی‌کند.

درست است.

$(a - ۲) > ۰ \Rightarrow b(a - ۲) > ۰ \Rightarrow ab - ۲b > ۰$

$\begin{matrix} a - ۲ > ۰ \\ b > ۰ \end{matrix} \Rightarrow a - ۲ + b > ۰$ **حاصل جمع دو عدد مثبت همواره عددی مثبت است** $\Rightarrow a - ۲ + b > ۰$

درست است.

۱۳۰ - گزینه ۳ ابتدا جواب هر یک از نامعادلات را به دست می‌آوریم:

$\frac{۳}{۲}x + ۲ > ۲x - ۳ \Rightarrow ۲x - \frac{۳}{۲}x < ۵ > \frac{۱}{۲}x \Rightarrow x < ۱۰ \quad (I)$

$\frac{۳x + ۵}{۲} - \frac{۲x - ۴}{۳} > \frac{۱}{۲} \xrightarrow{\times ۶} ۳(۳x + ۵) - ۲(۲x - ۴) > ۳$

$\Rightarrow ۹x + ۱۵ - ۴x + ۸ > ۳ \Rightarrow ۵x > -۲۰ \Rightarrow x > -۴ \quad (II)$

$(I), (II) \Rightarrow -۴ < x < ۱۰$

۱۳۱ - گزینه ۱ ابتدا مجموعهٔ جواب نامعادله را به دست می‌آوریم:

$\frac{۱ - x}{۳} \leq \frac{۵}{۲}(x - ۱)$

برای راحت‌تر شدن محاسبات دو طرف نامعادله را در ۶ ضرب می‌کنیم،پس:

$۶\frac{(۱ - x)}{۳} \leq ۶ \times \frac{۵}{۲}(x - ۱)$

$\Rightarrow ۲(۱ - x) \leq ۱۵(x - ۱)$

$\Rightarrow ۲ - ۲x \leq ۱۵x - ۱۵$

$\Rightarrow -۲x - ۱۵x \leq -۱۵ - ۲$

$\Rightarrow -۱۷x \leq -۱۷$

$\Rightarrow x \geq ۱$

تنها گزینه‌ای که بزرگ‌تر مساوی یک است، گزینهٔ ۱ یعنی $\sqrt{۶}$ است.

۱۳۲ - گزینه ۲ نامعادله را حل می‌کنیم:

$(x - ۲) + ۲(x - ۲)^۲ \geq ۲x(x - ۳) + ۲$

$x - ۲ + ۲(x^۲ - ۴x + ۴) \geq ۲x^۲ - ۶x + ۲$

$x - ۲ + ۲x^۲ - ۸x + ۸ \geq ۲x^۲ - ۶x + ۲$

$-۷x + ۶ \geq -۶x + ۲$

$\Rightarrow -۷x + ۶x \geq ۲ - ۶$

$\Rightarrow -x \geq -۴$

$\Rightarrow x \leq ۴$

اعداد طبیعی که به جای x می‌توان قرار داد، اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ هستند.

۱۳۳ - گزینه ۴ ابتدا باید مجموعه جواب نامعادله را به دست می‌آوریم:

$$\frac{x+۳}{۲} \leq -\frac{۲}{۳}(x+۶) \xrightarrow{\times ۶} ۳(x+۳) \leq ۲(-۲x-۱۲)$$
$$\rightarrow ۳x + ۹ \leq -۴x - ۲۴ \Rightarrow ۷x \leq -۳۳ \Rightarrow x \leq -\frac{۳۳}{۷}$$

در بین گزینه‌ها، تنها گزینهٔ ۴ بزرگ‌تر از $-\frac{۳۳}{۷}$ است.

۱۳۴ - گزینه ۲ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: اتحاد نیست.

$$(a+b)^۲ + (a-b)^۲ = a^۲ + ۲ab + b^۲ + a^۲ - ۲ab + b^۲ = ۲a^۲ + ۲b^۲ \neq ۴ab$$

گزینهٔ ۲: اتحاد است.

$$(a+b)^۲ - ۲ab = a^۲ + ۲ab + b^۲ - ۲ab = a^۲ + b^۲$$

گزینهٔ ۳: اتحاد نیست.

$$(a+b)^۲ - (a-b)^۲ = a^۲ + ۲ab + b^۲ - (a^۲ - ۲ab + b^۲)$$
$$= a^۲ + ۲ab + b^۲ - a^۲ + ۲ab - b^۲ = ۴ab \neq ۲a^۲ + ۲b^۲$$

گزینهٔ ۴: اتحاد نیست.

$$(a-b)(b-a) = -(a-b)(a-b) = -(a-b)^۲$$
$$= -(a^۲ - ۲ab + b^۲) = -a^۲ + ۲ab - b^۲ \neq -a^۲ - b^۲$$

۱۳۵ - گزینه ۲ مقدار $x^۲ - ۳x - ۱۵ = ۰$ است، پس اگر $(x-۵)(x+۲)$ آن را کم کنیم، چیزی که باقی می‌ماند، مقدار $(x-۵)(x+۲)$ خواهد بود.

$$(x-۵)(x+۲) - (x^۲ - ۳x - ۱۵) = \cancel{x^۲} - \cancel{۳x} - ۱۰ - \cancel{x^۲} + \cancel{۳x} + ۱۵ = ۵$$

۱۳۶ - گزینه ۳ باتوجّه به اینکه $xy < ۰$، یعنی x و y هم‌علامت نیستند و از اینکه $x < y$ یعنی y علامت مثبت دارد و x علامت منفی دارد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: مثال اگر $x = -۲$ و $y = ۳ \leftarrow (-۲)^۲ \not> ۳^۲$

گزینهٔ ۲: $x^۲$ عددی مثبت و xy منفی است، پس $x^۲ \not< xy$

گزینهٔ ۳: این گزینه درست است، $x^۴$ مثبت و $xy^۲$ منفی است، پس همواره $x^۴ > xy^۲$

گزینهٔ ۴: xy مقداری منفی و $y^۲$ مقداری مثبت است، پس $xy \not> y^۲$

۱۳۷ - گزینه ۱ صورت سؤال را به صورت نامعادله می‌نویسیم: $۲x - ۵ < ۱۱$ ، پس باید مجموعه جواب این نامعادله را به دست آوریم.

$$۲x - ۵ < ۱۱ \Rightarrow ۲x < ۱۶ \Rightarrow x < ۸$$

چون مجموعه جواب xهای کوچک‌تر از ۸ و اعداد طبیعی هستند، در نتیجه x می‌تواند مقادیر ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷را داشته باشد.

۱۳۸ - گزینه ۱

$$-۳(x-۱) \geq ۱ - \frac{۲x+۱}{۲} \rightarrow -۳x + ۳ + \frac{۲x+۱}{۲} \geq ۱$$
$$\frac{-۶x + ۶ + ۲x + ۱}{۲} \geq ۱ \Rightarrow \frac{-۴x + ۷}{۲} \geq ۱ \Rightarrow -۴x + ۷ \geq ۲ \Rightarrow -۴x \geq -۵ \Rightarrow x \leq \frac{۵}{۴}$$