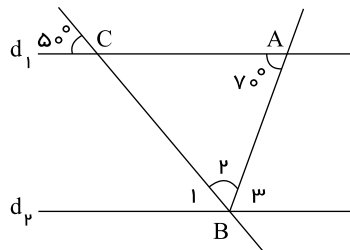


پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

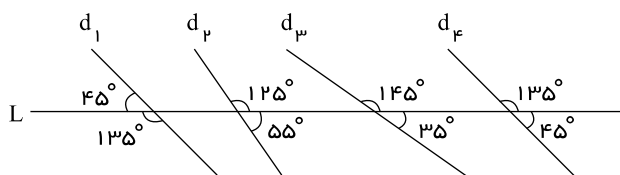


$$d_1 \parallel d_2, CB \text{ مورب} \rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C} = 50^\circ$$

$$d_1 \parallel d_2, AB \text{ مورب} \rightarrow \hat{B}_2 = \hat{A} = 70^\circ$$

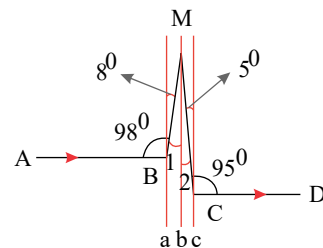
$$\hat{B}_3 = 180^\circ - (50^\circ + 70^\circ) = 60^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲ با توجه به شکل مقابل d_1 و d_2 با هم موازی اند.

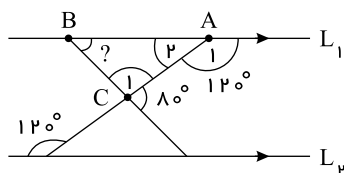


۱ ۲ ۳ ۴ ۳ با افزودن سه خط فرضی موازی داریم:

$$\begin{cases} a \parallel b, \text{ مورب } MB \Rightarrow \hat{M}_1 = 8^\circ \\ b \parallel c, \text{ مورب } MC \Rightarrow \hat{M}_2 = 5^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{M} = 8^\circ + 5^\circ = 13^\circ$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۴ شکل زیر را در نظر بگیرید:



$$\hat{A}_1 = 120^\circ$$

$$\hat{C}_1 = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

$$\hat{A}_2 = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

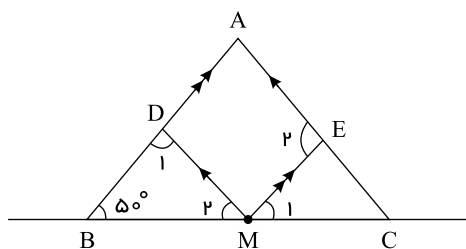
$$\hat{B} = 180^\circ - (100^\circ + 60^\circ) = 20^\circ$$

بنابر قضیه خطوط موازی و مورب داریم:

از طرفی:

از طرفی در مثلث ABC داریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۵



$$AB \parallel ME, BC \text{ مورب} \rightarrow \hat{B} = \hat{M}_1 = 50^\circ$$

$$\hat{ABC} \text{ متساوی الساقین} \rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 50^\circ$$

$$AC \parallel DM, BC \text{ مورب} \rightarrow \hat{M}_2 = \hat{C} = 50^\circ$$

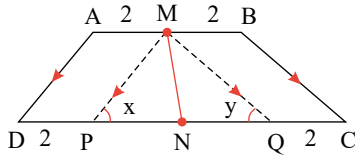
$$\left. \begin{array}{l} \text{در مثلث } BDM : \hat{D}_1 = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{M}_2) = 80^\circ \\ \text{در مثلث } EMC : \hat{E}_2 = \hat{C} + \hat{M}_1 = 100^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \hat{E}_2 - \hat{D}_1 = 20^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶

کمی تجسم دقیق می‌خواهد. اگر شکل نوار را باز کنید، در قسمتی که زاویه x قرار گرفته است، دو تا زاویه x و یک زاویه 20° روی هم یک زاویه نیم‌صفحه تشکیل داده‌اند. (اگر نتوانستید تجسم کنید با یک تکه نوار کاغذی به طور عملی انجام دهید.)

$$20^\circ + x + x = 180^\circ \Rightarrow x = 80^\circ$$

از نقطه M دو خط، موازی AD و BC را رسم می‌کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۷



چون $\overline{AD} \parallel \overline{MP}$ و $\overline{AM} \parallel \overline{DP}$ پس $ADPM$ یک متوازی‌الاضلاع است و همچنین می‌توان گفت $MBCQ$ هم متوازی‌الاضلاع است. یعنی: $\overline{AM} = \overline{MB} = \overline{PD} = \overline{QC} = 2$ پس $PQ = 3$ داریم:

$$\left. \begin{array}{l} MP \parallel AD \Rightarrow \hat{x} = \hat{D} \\ MQ \parallel BC \Rightarrow \hat{y} = \hat{C} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{x} + \hat{y} = \hat{D} + \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \hat{MPQ} : \hat{M} = 90^\circ$$

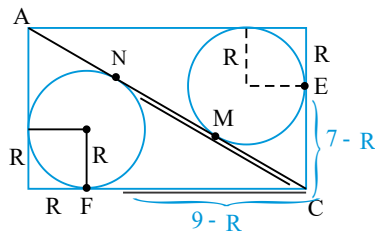
اکنون با توجه به این که در مثلث قائم‌الزاویه میانه وارد بر وتر نصف وتر است داریم:

$$\overline{MN} = \frac{1}{2}PQ \Rightarrow \overline{MN} = 1,5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

میدانیم که اگر از یک نقطه خارج از دایره دو مماس بر آن رسم شود، با هم مساوی‌اند.

واضح است دو دایره نیز مساوی‌اند. شعاع هر کدام را R فرض می‌کنیم.



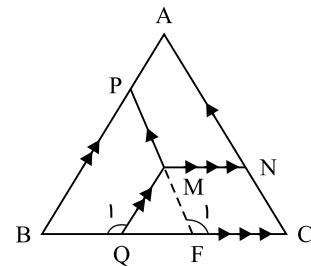
$$CN - CM = (CF) - (CE) = (9 - R) - (7 - R) = 9 - R - 7 + R = 2$$

نکته: به طور کلی در چنین شکلی اگر طول و عرض مستطیل a و b باشد، داریم:

$$MN = a - b$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

می‌دانیم اندازه هر زاویه مثلث متساوی‌الاضلاع 60° است. PM را امتداد می‌دهیم تا ضلع BC را در نقطه F قطع کند.



$$PF \parallel AC \Rightarrow \hat{F}_1 = \hat{C} = 60^\circ$$

$$MQ \parallel AB \Rightarrow \hat{Q}_1 = \hat{B} = 60^\circ$$

به همین ترتیب $\hat{P} = 60^\circ$.

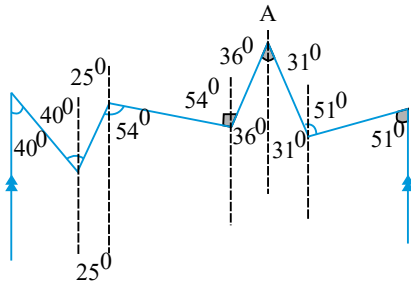
پس مثلث MPQ متساوی‌الاضلاع است و $QF = MQ$ و دوزنقه $QBPM$ متساوی‌الساقین است.

پس $BQ = MP$ و نیز $MNCF$ متوازی‌الاضلاع است، پس $MN = FC$. بنابراین:

$$MP + MQ + MN = BQ + QF + FC = BC = a$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

از هر رأس یک خط عمودی موازی دو نیم‌خط ابتدا و انتهایی رسم می‌کنیم و زاویه‌ها را پشت سر هم حساب می‌کنیم.



$$A = 36^\circ + 31^\circ = 67^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

اگر خیابان‌ها بر هم عمود نباشند، دو زاویه مورد نظر مکمل‌اند و اگر خیابان‌ها عمود باشند، این دو زاویه هر دو 90° می‌شوند و با هم مساوی می‌شوند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

در هر مربع مجموع ۳ پاره‌خط شکسته، ۳ برابر قطعه روی AB است. پس کل طول خط شکسته $AA_1A_2 \dots B$ سه برابر طول پاره‌خط AB است:

$$3 \times 24 = 72$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

کافی است از نقاط رأس زاویه‌ها خطوطی موازی دو عرض عمودی رسم کنیم: در این صورت مشاهده می‌شود مجموع ۵ زاویه برابر است با ۴ زاویه قائمه:

$$4 \times 90 = 360^\circ$$

