

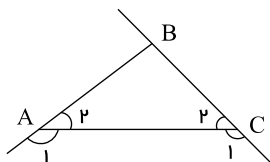
پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

مجموع زوایای داخلی هر مثلث دلخواه ۱۸۰ درجه و مجموع زوایای خارجی هر مثلث دلخواه ۳۶۰ درجه است. داریم:

$$\frac{360^\circ}{180^\circ} = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲



$$\begin{aligned} \hat{A}_1 + \hat{C}_1 &= 250^\circ \rightarrow \hat{B} + \hat{C}_1 + \hat{B} + \hat{A}_1 = 250^\circ \\ \hat{B} + \hat{C}_1 + \hat{A}_1 + \hat{B} &= 250^\circ \rightarrow \hat{B} = 250^\circ - 180^\circ = 70^\circ \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳ اندازه هر زاویه خارجی یک ۱۲۰ ضلعی منتظم برابر است با:

$$\frac{360^\circ}{120} = 3^\circ$$

و اندازه هر زاویه خارجی یک ۸۰ ضلعی منتظم برابر است با:

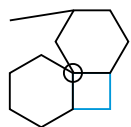
$$\frac{360^\circ}{80} = 4.5^\circ$$

و اختلاف این دو عدد برابر است با:

$$4.5^\circ - 3^\circ = 1.5^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴

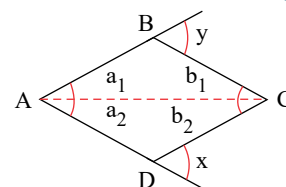
اگر مثل دوربین روی یک رأس زوم کنیم! یک زاویه تند هشت ضلعی و دو زاویه شش ضلعی و یک زاویه مربع ۳۶۰ کامل را تشکیل می‌دهند:



$$120^\circ + 120^\circ + 90^\circ + x = 360^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$\left. \begin{aligned} \triangle ABC: y = a_1 + b_1 \\ \triangle ADC: x = a_2 + b_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x + y = a_1 + a_2 + b_1 + b_2 \Rightarrow x + y = a + b$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۶ مجموع یک زاویه داخلی و خارجی، ۱۸۰ می‌شود.

$$35x + 38^\circ + 35x + 2^\circ = 180^\circ \rightarrow 70x + 40^\circ = 180^\circ \rightarrow 70x = 140^\circ \rightarrow x = 2^\circ$$

حال با جایگذاری x داریم:

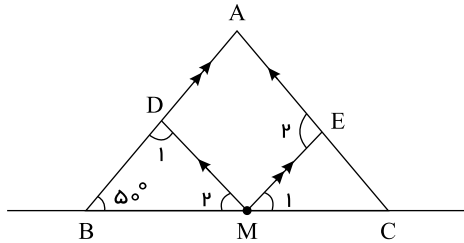
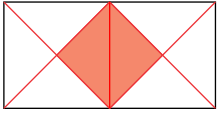
$$35x + 2^\circ = 35 \times 2^\circ + 2^\circ = 72^\circ$$

$$\frac{360^\circ}{n} = 72^\circ \rightarrow \frac{360^\circ}{72^\circ} = n \rightarrow n = 5$$

$$5 + 5 = 10$$

مجموع تعداد اضلاع و تعداد رأس‌ها برابر است با:

۱ ۲ ۳ ۴ ۷ اگر مستطیل را به دو مربع مساوی تقسیم کرده و نیمساز زاویه‌ها را رسم کنیم، از برخورد نیمسازها مربعی به وجود می‌آید که مساحتش ربع مساحت مستطیل است.



$$AB \parallel ME, BC \parallel DM \rightarrow \hat{B} = \hat{M}_1 = 50^\circ$$

$$\triangle ABC \text{ متساوی الساقین} \rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 50^\circ$$

$$AC \parallel DM, BC \parallel ME \rightarrow \hat{M}_r = \hat{C} = 50^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{در مثلث BDM: } \hat{D}_1 = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{M}_r) = 80^\circ \\ \text{در مثلث EMC: } \hat{E}_r = \hat{C} + \hat{M}_1 = 100^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \hat{E}_r - \hat{D}_1 = 20^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

الف ۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$\hat{A}_r + \hat{B}_r + \hat{C}_r = 360^\circ \rightarrow \hat{A}_r + \hat{B}_r + 180^\circ - \hat{C}_1 = 360^\circ \rightarrow \hat{A}_r + \hat{B}_r - \hat{C}_1 = 180^\circ \checkmark$$

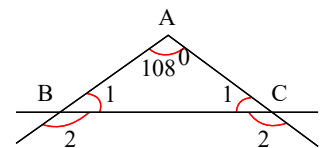
(ب)

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 + \hat{A}_r = 180^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 180^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \hat{A}_r = \hat{B}_1 + \hat{C}_1 \checkmark$$

(ج)

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{A}_1 + \hat{A}_r = 180^\circ \\ \hat{C} = \hat{C}_1 + \hat{C}_r = 180^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \hat{A}_1 + \hat{A}_r = \hat{C}_1 + \hat{C}_r \rightarrow \hat{A}_r - \hat{C}_r = \hat{C}_1 - \hat{A}_1 \checkmark$$

با توجه به شکل و نکته زاویه خارجی در مثلث داریم:



$$\hat{A} = \frac{(5-2) \times 180^\circ}{5} = 108^\circ$$

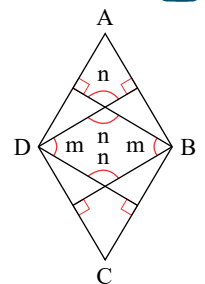
$$\left. \begin{array}{l} \text{خارجی } \hat{B}_r = 108^\circ + \hat{C}_1 \\ \text{خارجی } \hat{C}_r = 108^\circ + \hat{B}_1 \end{array} \right\} \rightarrow \hat{B}_r + \hat{C}_r = 108^\circ + \hat{C}_1 + 108^\circ + \hat{B}_1 = 216^\circ + \hat{C}_1 + \hat{B}_1 = 216^\circ + (180^\circ - 108^\circ) = 288^\circ$$

می دانیم در هر لوزی زاویه های روبه رو برابرند و مجموع زاویه های داخلی آن 360° است، پس طبق شکل داریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

$$2m + 2n = 360^\circ \Rightarrow m + n = 180^\circ \quad (1)$$

$$\hat{A} + n = 180^\circ \quad (2)$$



از طرفی داریم:

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow \hat{A} = m\hat{A} + n = 180^\circ$$

$$\hat{BPC} = \hat{PAB} + \hat{PBA}$$

$$\left. \begin{array}{l} \rightarrow 100^\circ = \hat{PAB} + 70^\circ \rightarrow \hat{PAB} = 30^\circ \\ \overline{AB} = \overline{AC} \rightarrow \hat{ABC} = \hat{ACB} \\ \text{مجموع زوایای داخلی مثلث} \rightarrow \hat{ABC} + \hat{ACB} + \hat{PAB} = 180^\circ \end{array} \right\} \rightarrow 2\hat{ABC} + \hat{PAB} = 180^\circ$$

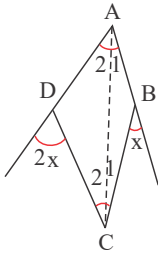
$$\rightarrow \hat{ABC} = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$$

طبق قضیه زاویه خارجی در مثلث داریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

$$\hat{ABC} - \hat{ABP} = \hat{PBC} \rightarrow 75^\circ - 70^\circ = 5^\circ$$

طبق قضیه زاویه خارجی در مثل داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳



$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABC : x = \hat{A}_1 + \hat{C}_1 \\ \triangle CDA : 2x = \hat{A}_1 + \hat{C}_1 \end{array} \right\} \rightarrow 3x = \hat{A} + \hat{C} \rightarrow 3x = 70^\circ + 80^\circ \rightarrow x = \frac{150^\circ}{3} = 50^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

$$\text{تعداد نقطه‌های } n \text{ ضلعی} = \frac{n(n-3)}{2}$$

نکته: $(n+3) + \frac{(n+3)(n+3-3)}{2}$: مجموع تعداد ضلع‌ها و قطر‌ها می‌باشد.

$$153 = \frac{(n+3)(n+3-3)}{2} + (n+3) \Rightarrow \frac{2n+6+(n+3)n}{2} = 153$$

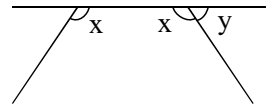
$$2n+6+n^2+3n=306 \Rightarrow n^2+5n=300 \Rightarrow n(n+5)=15 \times 20=300 \Rightarrow n=15$$

$$\text{تعداد اضلاع} = n+3 = 18 \Rightarrow \text{اندازه‌ی هر زاویه‌ی خارجی} = \frac{360^\circ}{18} = 20^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

می‌دانیم مجموع زاویه‌ی داخلی و خارجی 180° است.

$$\left. \begin{array}{l} x-y=132 \\ x+y=180 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} 2x=312^\circ \Rightarrow x=156^\circ \\ y=24^\circ \leftarrow \text{زاویه‌ی خارجی} \end{array}$$



$$\text{هر زاویه‌ی خارجی } (2n-3) \text{ ضلعی} = \frac{360^\circ}{2n-3} \Rightarrow 2n-3 = \frac{360^\circ}{\text{مقدار هر زاویه‌ی خارجی } 2n-3 \text{ ضلعی}}$$

$$= \frac{360}{24} = 15 \text{ تعداد اضلاع}$$

$$2n-3=15 \Rightarrow 2n=18 \Rightarrow n=9$$

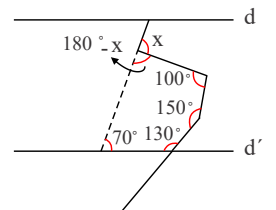
$$5n+1=5 \times 9+1=46$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶ باید تعداد پرها مضربی از ۲ باشد. یعنی قابل نصف شدن باشد تا از طریق مرکز تقارن نصف دیگر ایجاد شود $2 \times 3 = 6$ و بر هم منطبق شوند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷ یک پنج ضلعی تشکیل می‌دهیم:

$$(5-2) \times 180^\circ = 540^\circ : \text{مجموع زوایای داخلی ۵ ضلعی}$$

$$(180^\circ - x) + 100^\circ + 150^\circ + 130^\circ + 70^\circ = 540^\circ \rightarrow x = 630^\circ - 540^\circ = 90^\circ$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد قطرهای } P \text{ ضلعی} = \frac{P(P-3)}{2} \\ \text{تعداد قطرهای } P-1 \text{ ضلعی} = \frac{(P-1)(P-4)}{2} \end{array} \right\} \frac{P(P-3)}{2} - \frac{(P-1)(P-4)}{2}$$

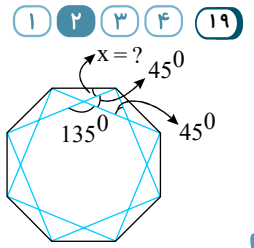
$$= \frac{P^2 - 3P - (P^2 - 5P + 4)}{2} = \frac{2P - 4}{2} = P - 2$$

اندازه هر زاویه داخلی هشت ضلعی: $\frac{(8-2) \times 180^\circ}{8} = 135^\circ$

زاویه خارجی هشت ضلعی: $180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$

$x = \frac{135^\circ - 90^\circ}{2} = \frac{45^\circ}{2} = 22,5^\circ$

نکته: چندضلعی‌های منتظمی که تعداد ضلع‌های آن‌ها مضرب ۴ است با دوران ۹۰ درجه بر خودشان منطبق می‌شوند.



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹ ۲۰