

پاسخنامه تشریحی

۱ تعداد جملات این سری مجموع فرد است. ۱ ۲ ۳ ۴

$$3 - 5 + 7 - 9 + 11 - 13 + \dots + 103 = \underbrace{(3-5)}_{-2} + \underbrace{(7-9)}_{-2} + \underbrace{(11-13)}_{-2} + \dots + \underbrace{(99-101)}_{-2} + 103$$

$$\text{تعداد: } \frac{99-3}{4} + 1 = \frac{96}{4} + 1 = 25$$

$$25 \times (-2) + 103 = -50 + 103 = 53$$

۲ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{5 - (3 \times 5 - 4(-2))}{3 - 3[4 - (7 - (-5)) \div (-2)]} = \frac{5 - (15 + 8)}{3 - 3[4 - 12 \div (-2)]}$$

$$= \frac{5 - 23}{3 - 3[4 + 6]} = \frac{5 - 23}{3 - 30} = \frac{-18}{-27} = +\frac{2}{3}$$

اولویت‌ها در ریاضی: پرانتز و گروه - توان - ضرب و تقسیم - جمع و تفریق

$$\frac{1396}{2} + 1 = 699 \text{ حاصل } (-2 - 3) \text{ برابر } 5 - \text{ است. از طرفی چون تعداد علامت‌های قرینه برابر است با } 699 \text{ با } 1$$

علت عبارت نوشته شده این است که عدد ۱۳۹۷ فرد است پس هنگامی که با علامت قرینه آغاز شده به علامت قرینه نیز ختم می‌شود پس آن عدد ۱ نوشته شده در عبارت بالا همان علامت ۱۳۹۷ ام است که علامت قرینه است.

پس جواب برابر است با:

$$-(-5) = +5$$

۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\text{تعداد} \times \text{میانگین} = \text{مجموع} \rightarrow \text{میانگین} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}}$$

$$\rightarrow \text{مجموع} = -4 \times 7 = -28$$

حالا می‌خواهیم یک عدد اضافه کنیم که میانگین ۵ واحد افزایش یابد، عدد جدید را x در نظر می‌گیریم. حواستان باشد که تعداد اعداد ۸ تا می‌شود.

$$\text{میانگین جدید} = \frac{\text{عدد جدید} + \text{مجموع}}{\text{تعداد جدید}} \rightarrow -4 + 5 = \frac{-28 + x}{7 + 1} \rightarrow +1 = \frac{-28 + x}{8}$$

$$\rightarrow x - 28 = 8 \rightarrow x = 28 + 8 = 36$$

۵ ۱ ۲ ۳ ۴

$$B - A = [0 + (-1) + (-2) + \dots + (-999)] - [(-1) + (-2) + (-3) + \dots + (-1000)]$$

$$= 0 + \cancel{(-1+1)} + \cancel{(-2+2)} + \dots + \cancel{(-999+999)} + 1000 = 0 + 1000 = 1000$$

$$\Rightarrow \underbrace{(0+1) + (-1+2) + (-2+3) + \dots + (-999+1000)}_{1 \text{ تا } 1000} = 1000 \times 1 = 1000$$

۶ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} \rightarrow 7 = \frac{\text{مجموع}}{2} \rightarrow \text{مجموع} = 2 \times 7 = 14$$

$$16 = \text{اختلاف}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{مجموع: } A + B = 14 \\ \text{اختلاف: } A - B = 16 \end{array} \right\} \rightarrow 2A = 30 \rightarrow A = \frac{30}{2} = 15$$

حال A را در یکی از تساوی‌ها گذاشته و B را بدست می‌آوریم.

$$15 + B = 14 \rightarrow B = 14 - 15 = -1$$

۷ ۱ ۲ ۳ ۴

$$-12 + 11 - 14 + 13 - 16 + 15 - \dots - 102 + 101 = \underbrace{(-1) + (-1) + \dots + (-1)}_{46 \text{ تا}} = -46$$

۸ نکته: اولویت اعمال و علایم ریاضی: ۱- آکولاد {} ۲- گروه [] ۳- پرانتز () ۴- توان و جذر ۵- ضرب و تقسیم ۶- جمع و تفریق ۱ ۲ ۳ ۴

توجه: اگر در عبارتی فقط ضرب و تقسیم وجود داشته باشد، عملی که از سمت چپ زودتر آماده باشد، اولویت دارد.
توجه: اگر در بین عدد و پرانتز، علامتی نباشد، ضرب محسوب می‌کنیم.

$$5 - 4[3 - 2(2 - 3)^8 + 3]4 - 5 = 5 - 4[3 - 2 + 3]4 - 5 = 5 - 4 \times 4 \times 4 - 5 = 5 - 64 - 5 = -64$$

نکته: هرگاه مجموع دو عدد مقدار ثابتی باشد، حاصل ضرب آن‌ها وقتی بیشترین مقدار می‌شود که آن دو عدد با هم مساوی باشند یا کمترین اختلاف را از لحاظ مقدار با یکدیگر داشته باشند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۹

چون در سؤال ذکر نشده «متمايز»، آن دو عدد را مساوی در نظر می‌گیریم، داریم:

$$x + x = -8 \rightarrow 2x = -8 \rightarrow x = -\frac{8}{2} = -4 \Rightarrow x \times x = -4 \times -4 = +16$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰ $a > 0$ است و $b < a$ است پس نمی‌توان گفت که b دقیقاً مثبت است یا منفی.

گزینه ۱: نمی‌توان به‌طور قطع گفت درست است. مثلاً اگر $a = 3$ و $b = 2$ باشد $\frac{a}{b} > 0$ است.

گزینه ۲: اگر b منفی باشد، عبارت غلط است.

گزینه ۳: اگر b منفی باشد و مقدار عددی آن از a بیشتر باشد غلط است. مثلاً $b = -5$ و $a = +2$: $a + b < 0$ می‌شود.

گزینه ۴: اگر b مثبت باشد از آنجایی که $b < a$ است پس قطعاً $a - b > 0$ است. اگر $b < 0$ باشد تفاضل یک عدد مثبت با یک عدد منفی قطعاً مثبت است، اگر هم $b = 0$ باشد، $a - 0 > 0$ است چون خود a مثبت است.

راه حل دوم: از آنجایی $b < a$ است داریم: $a - b > 0$

نکته: هرگاه میانگین چند عدد را با همان اعداد جمع کنیم و مجدداً میانگین بگیریم، میانگین تغییر نمی‌کند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{(+22) + (-4) + (+8) + (-2)}{4} = \frac{24}{4} = 6$$

حال برای آنکه از صحت نکته بالا مطمئن شوید عدد ۶ را به اعداد اضافه کرده و دوباره میانگین می‌گیریم.

$$\frac{22 + (-4) + 8 + (-2) + 6}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

می‌بینید که میانگین تغییری نکرد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

$$A = [(3 * 3) * (-1)] = [(3^2 - 2 \times 3) * (-1)] = [3 * (-1)] = 3^2 - 2(-1) = 11$$

$$B = [(-1) * (3 * 3)] = [(-1) * (3^2 - 2 \times 3)] = [(-1) * (+3)] = (-1)^2 - 2(+3) = -5$$

$$A * B = A^2 - 2B = 11^2 - 2(-5) = 121 + 10 = 131$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$2^2 \times \frac{1}{3} - 8 \times (\frac{1}{2})^2 - (-2)^2 = 6 - 6[4 \times \frac{7}{3} - 8 \times \frac{1}{8} - 4] = 6 - 6[\frac{28}{3} - 1 - 4] = 6 - 6[\frac{28}{3} - 5] = 6 - 6[\frac{28}{3} - \frac{15}{3}] = 6 - 6 \times \frac{13}{3} = 6 - 26 = -20$$

نکته: مجموع n عدد طبیعی متوالی: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \times (n + 1)}{2}$$

مجموع n عدد طبیعی زوج:

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = 2(1 + 2 + 3 + \dots + n) = 2 \times \frac{n \times (n + 1)}{2} = n \times (n + 1)$$

مجموع n عدد طبیعی فرد:

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{مجموع اولین پنجاه عدد مثبت زوج: } 50 \times 51 = 2550 \\ \text{مجموع اولین پنجاه عدد مثبت فرد: } 50^2 = 2500 \end{array} \right\} \rightarrow 2550 - 2500 = 50$$

اما روش دیگری برای حل این سؤال بدون نکات بالا و با تکیه بر هوش است.

$$(2 + 4 + 6 + \dots + 100) - (1 + 3 + 5 + \dots + 99) = (2 - 1) + (4 - 3) + (6 - 5) + \dots + (100 - 99) = 50 \times 1 = 50$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

$$a * 2 = a - 2 + 2 = a$$