پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ ۲ ۳ **۴**

{(ر،۱)(ر،۲)(ر،۳)(ر،۴)(ر،۵)(ر،۶)(پ،۱)(پ،۲)(پ،۳)(پ،۴)(پ،۵)(پ،۶)}

۱۲ حالت ممکن است اتفاق بیوفتد که ۲ حالت آن شرایط خواسته شده را دارد:

{(ر،۵)(ر،۶)}

در نتیجه احتمال مورد نظر برابر است با $\frac{۱}{۶} = \frac{۲}{۱۲}$.

۲ ۱ ۲ **۳** ۴ تنها عدد اول و زوج عدد ۲ است. پس امکان ندارد عددی اول و زوج بزرگ‌تر از ۱۰۰ وجود داشته باشد. پس احتمال گزینه ۳ صفر است.

۳ ۱ **۲** ۳ ۴ کلاً ۳۶ حالت وجود دارد که در ۶ حالت اعداد هر دو تاس مساوی هستند در ۱۵ حالت عدد دومی بزرگ‌تر از اولی است. (در نصف دیگر حالات هم برعکس)

$\frac{۳۶-۶}{۲} = ۱۵$ احتمال $\Rightarrow \frac{۱۵}{۳۶} = \frac{۵}{۱۲}$

۴ ۱ **۲** ۳ ۴

اعدادی که مضرب ۳ هستند $= \{۳, ۶, ۹, \dots, ۹۹\} \rightarrow$ تعداد $= (\frac{۹۹-۳}{۳}) + ۱ = ۳۳$

اعدادی که فرد هستند $= \{۱, ۳, ۵, ۷, \dots, ۹۹\} \rightarrow$ تعداد $= (\frac{۹۹-۱}{۲}) + ۱ = ۵۰$

اعداد فردی که مضرب ۳ هستند $= \{۳, ۹, ۱۵, \dots, ۹۹\} \rightarrow$ تعداد $= (\frac{۹۹-۳}{۶}) + ۱ = ۱۷$

$۳۳ + ۵۰ - ۱۷ = ۶۶ \Rightarrow P = \frac{۶۶ \rightarrow n(A)}{۹۹ \rightarrow n(S)} = \frac{۲}{۳}$

۵ ۱ **۲** ۳ ۴ ۵ حالت مطلوب در کنار ۹ حالت ممکن می‌شود. یعنی $\frac{۵}{۹}$

۶ ۱ **۲** ۳ ۴ ۹۰٪ به یکی از دو درس علاقه دارند.

به ریاضی و علوم علاقه دارند. $۸۰\% + ۵۰\% - ۹۰\% = ۴۰\%$

فقط به ریاضی علاقه دارند. $۸۰\% - ۴۰\% = ۴۰\%$ $۴۰\% = \frac{۲}{۵}$

۷ ۱ **۲** ۳ ۴ زیرا $۱ - \frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۱۲} = \frac{۱}{۱۲}$ یعنی کسر مربوط به رنگ آبی $\frac{۱}{۱۲}$ است. ولی بین همه‌ی این کسرها $\frac{۱}{۲}$ از همه بزرگ‌تر است. یعنی شانس زرد بودن مهره‌ی انتخابی از بقیه بیش‌تر است.

۸ ۱ ۲ ۳ **۴** با توجه به نکتهٔ قبل، (احتمال آبی بودن) $- ۱ =$ احتمال آبی نبودن است. بنابراین:

احتمال آبی نبودن $= ۱ - \frac{۳}{۱۵} = \frac{۱۵-۳}{۱۵} = \frac{۱۲}{۱۵} = \frac{۴}{۵}$

۹ ۱ ۲ ۳ **۴**

مجموع ۷ $\Rightarrow (۱, ۶)(۲, ۵)(۳, ۴)(۴, ۳)(۵, ۲)(۶, ۱)$

مجموع ۹ $\Rightarrow (۲, ۷)(۳, ۶)(۴, ۵)(۵, ۴)(۶, ۳)$

مجموع ۶ $\Rightarrow (۱, ۵)(۲, ۴)(۳, ۳)(۴, ۲)(۵, ۱)$

مجموع ۱۲ $\Rightarrow (۶, ۶)$

۱۰ ۱ ۲ **۳** ۴

برای هر پرتاب به هدف، ۴ حالت امتیازگیری وجود دارد بنابراین:

تعداد کل حالات ممکن $= ۴ \times ۴ \times ۴ = ۶۴$

حالت مطلوب : $(۷, ۵, ۱) - (۷, ۳, ۳) - (۷, ۱, ۵)$

$(۵, ۷, ۱) - (۵, ۵, ۳) - (۵, ۳, ۵) - (۵, ۱, ۷) - (۳, ۷, ۳)$

$(۳, ۵, ۵) - (۳, ۳, ۷) - (۱, ۷, ۵) - (۱, ۵, ۷)$

$p = \frac{۱۲}{۶۴} = \frac{۳}{۱۶}$

۱۱ ۴ ۳ **۲** ۱ پاسخ در پرتاب همزمان ۳ تاس، تعداد حالت‌های ممکن $۶^۳ = ۶ \times ۶ \times ۶ = ۲۱۶$ حالت است.

برای آن که حاصل‌ضرب ۳ عدد زوج باشد باید حداقل یکی از عددهای ظاهر شده زوج باشد.

زوج × فرد × فرد = ۳ × ۳ × ۳ = ۲۷

۲	۱	۱
۴	۳	۳
۶	۵	۵

اما این که تاس اول زوج باشد یا تاس دوم یا تاس سوم حالت‌های متفاوتی ایجاد می‌کند، پس: ۳ × ۲۷

اگر دو تاس زوج بیاید:

زوج × زوج × فرد = ۳ × ۳ × ۳ = ۲۷

۲	۲	۱
۴	۴	۳
۶	۶	۵

و این که عدد فرد آخر بیاید، یا اول یا وسط حالت‌های مختلفی ایجاد می‌کند، پس: ۳ × ۲۷

و اگر سه تا تاس زوج بیاید:

زوج × زوج × زوج = ۳ × ۳ × ۳ = ۲۷

۲	۲	۲
۴	۴	۴
۶	۶	۶

مجموع حالت‌های مطلوب:

$۸۱ + ۸۱ + ۲۷ = ۱۸۹$

و احتمال مورد نظر:

$$\frac{۱۸۹}{۲۱۶} = \frac{۷}{۸}$$

راه حل دوم: احتمال این که حداقل یک عدد زوج بیاید حالت مطلوب است. می‌توان احتمال این که حداقل یک عدد زوج نیاید، یعنی هر سه عدد رو شده فرد باشند را محاسبه کرد و از حالت‌های کل کم کرد.

فرد × فرد × فرد = ۳ × ۳ × ۳ = ۲۷

۱	۱	۱
۳	۳	۳
۵	۵	۵

$$\frac{۲۷}{۲۱۶} = \frac{۱}{۸} \to ۱ - \frac{۱}{۸} = \frac{۷}{۸}$$

۱۲ ۴ ۳ **۲** ۱

برای هر یک از ارقام یکان و دهگان ۵ حالت داریم اما برای رقم صدگان ۴ حالت داریم زیرا رقم صدگان نمی تواند برابر صفر باشد بنابراین:

تعداد کل حالات ممکن $= ۴ \times ۵ \times ۵ = ۱۰۰$

تعداد حالاتی که هیچ دو رقم یکسانی وجود ندارد برابر است با: برای رقم صدگان ۴ حالت داریم، برای رقم دهگان ۴ حالت داریم زیرا با این که در مرتبهٔ صدگان قرار دارد در مرتبهٔ دهگان نمی تواند قرار بگیرد اما عدد صفر در مرتبهٔ دهگان می تواند قرار بگیرد و به همین ترتیب برای رقم یکان ۳ حالت وجود دارد:

تعداد کل حالات مطلوب : $۴ \times ۴ \times ۳ = ۴۸$

$$p = \frac{۴۸}{۱۰۰} = \frac{۱۲}{۲۵}$$

۱۳ ۴ **۳** ۲ ۱

$$\frac{۵}{۸} \times ۳۶۰^\circ = ۲۲۵^\circ$$

۱۴ ۴ **۳** ۲ ۱

همهٔ مضرب‌های طبیعی دو رقمی ۱۷ $= \{۱۷, ۳۴, ۵۱, ۶۸, ۸۵\}$

از میان اعداد بالا، فقط عدد ۱۷، دو شمارنده دارد. درنتیجه:

$\Rightarrow$ احتمال مطلوب $= \frac{۱}{۵} = \frac{۲}{۱۰}$

۱۵ **۴** ۳ ۲ ۱

$$\frac{r}{R-r} = \frac{۱}{۲} \to ۲r = R - r \to R = ۳r$$

تعداد حالات ممکن = مساحت دایرهٔ بزرگ $= \pi R^۲ = \pi(۳r)^۲ = ۹\pi r^۲$

تعداد حالات مطلوب = مساحت دایرهٔ بزرگ − مساحت دایرهٔ کوچک $= \pi R^۲ - \pi r^۲ = ۹\pi r^۲ - \pi r^۲ = ۸\pi r^۲$

$$p = \frac{۸\pi r^۲}{۹\pi r^۲} = \frac{۸}{۹}$$

۱۶ ۴ ۳ **۲** ۱

$r =$ شعاع دایره

تعداد کل حالات ممکن برابر است با مساحت دایره ای به شعاع r یعنی $\pi r^{۲}$ و تعداد حالات مطلوب برابر است با مساحت دایره ای به شعاع $\frac{r}{۲}$ یعنی $\pi(\frac{r}{۲})^{۲}$ بنابراین:

$$p = \frac{\frac{\pi r^{۲}}{۴}}{\pi r^{۲}} = \frac{۱}{۴}$$

۱۷ ۴ ۳ ۲ **۱**

طول و عرض مستطیل را به ترتیب a و b در نظر می گیریم:

حالت مطلوب یعنی این که نقطه درون مثلث AMN باشد برابر است با مساحت این مثلث:

$$\text{مساحت} = \frac{(\frac{a}{۲}) \times (\frac{b}{۲})}{۲} = \frac{ab}{۸}$$

کل حالات ممکن برای انتخاب یک نقطه برابر است با مساحت مستطیل $ABCD$:

$$\text{مساحت} = ab$$

$$p = \frac{\frac{ab}{۸}}{\frac{ab}{۱}} = \frac{۱}{۸}$$

۱۸ ۴ ۳ **۲** ۱

تعداد کل مسیرها برابر است با:

$$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$$

$$۲ \times ۳ \times ۳ \times ۲ = ۳۶$$

تعداد حالات مطلوب برابر است با: ۲ حالت برای مسیر A به B، ۳ حالت برای مسیر B به C، ۲ حالت برای مسیر C به B (زیرا از مسیر رفت نباید برگشت وگرنه مسیر تکراری طی خواهد شد) و ۱ حالت برای مسیر B به A (زیرا از مسیر رفت نباید برگشت وگرنه مسیر تکراری طی خواهد شد) بنابراین:

$$\text{تعداد حالات مطلوب} = ۲ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۱۲$$

$$p = \frac{۱۲}{۳۶} = \frac{۱}{۳}$$