

## پاسخنامه تشریحی

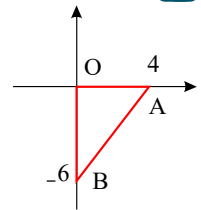
۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$\hat{O} = 90^\circ$$

$$OA = 4 \text{ قاعده}$$

$$OB = 6 \text{ ارتفاع}$$

$$S_D = \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2} = \frac{4 \times 6}{2} = 12$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲

جای طول و عرض نقاط عوض می‌شود، یعنی طول نقطه‌ی A با عرض نقطه‌ی B برابر و عرض نقطه‌ی A با طول نقطه‌ی B برابر می‌شود.

$$\begin{cases} 2a - 8 = 2 \Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5 \\ 4b - 10 = -14 \Rightarrow 4b = -14 + 10 \Rightarrow 4b = -4 \Rightarrow b = -1 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳

برای رسیدن از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B، ۹ واحد به سمت چپ و ۴ واحد به سمت پایین باید حرکت کنیم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

طول و عرض مختصات نقطه‌ای که بر روی نیم‌ساز ناحیه‌ی اول قرار دارد، با هم برابر است:

$$3a - 7 = a - 3 \Rightarrow 3a - a = -3 + 7 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

بنابراین مختصات نقطه برابر  $\begin{bmatrix} 2-3 \\ 3(2)-7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$  است که بر روی نیم‌ساز ناحیه‌ی سوم قرار دارد نه نیم‌ساز ناحیه‌ی اول.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶

$$\vec{n} = \begin{bmatrix} 4 \\ -x-1 \\ 3 \\ 6y+2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{طول را قرینه می‌کنیم}} \vec{n}' = \begin{bmatrix} -(\frac{4}{3}x-1) \\ 3 \\ 6y+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{4}{3}x+1 \\ 3 \\ 6y+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\frac{4}{3}x \\ 3 \\ 6y+2 \end{bmatrix}$$

اگر در هر چهار ناحیه الگوی نقاطی را پیدا کنیم که زاویه‌ی قائم تشکیل می‌دهند، نقاطی که زاویه‌ی قائمه تشکیل نمی‌دهند، به دست می‌آیند:

۱ ۲ ۳ ۴ ۷

پس گزینه‌ی ۴ رده  $\underbrace{\begin{bmatrix} 1000 \\ 1000 \end{bmatrix}}_{\text{زاویه‌ی قائمه}}, \dots, \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  : ناحیه‌ی اول

گزینه‌ی ۲ هم رده  $\begin{bmatrix} -1000 \\ 1000 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$  : ناحیه‌ی دوم

ناحیه‌ی سوم:  $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} -1000 \\ -999 \end{bmatrix}$

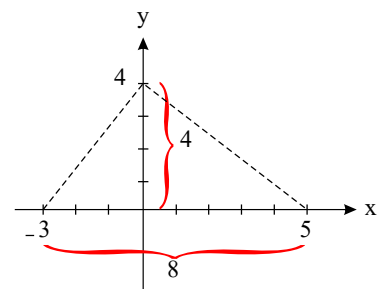
$\begin{bmatrix} -1000 \\ -1000 \end{bmatrix}$  نقطه‌ای با زاویه‌ی قائمه نیست، پس این گزینه درست است.

گزینه‌ی ۱ رده  $\underbrace{\begin{bmatrix} 1000 \\ -1000 \end{bmatrix}}_{\text{زاویه‌ی قائمه}}, \dots, \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$  : ناحیه‌ی چهارم

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

باید دستگاه مختصات و نقاط را رسم کنیم.

$$\begin{aligned} \text{قاعده} &= 8 \\ \text{ارتفاع} &= 4 \Rightarrow \text{مساحت} = \frac{4 \times 8}{2} = 16 \end{aligned}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$\vec{c} + \vec{d} + \vec{a} = \vec{b} \Rightarrow \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 10 \end{bmatrix}$$

طول نقطه‌ی  $M$  با قرینه‌ی عرض نقطه‌ی  $P$  و عرض نقطه‌ی  $M$  با قرینه‌ی طول نقطه‌ی  $P$  برابر خواهد بود. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$\begin{cases} x + 1 = -6 \Rightarrow x = -7 \\ 3y - 5 = -(-4) \Rightarrow 3y = 4 + 5 \Rightarrow 3y = 9 \Rightarrow y = 3 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

$$A \text{ عرض} = 0 \Rightarrow y_A = 0 \Rightarrow 1 - 3n = 0 \Rightarrow 1 = 3n \Rightarrow n = \frac{1}{3}$$

$$B \text{ طول} = 0 \Rightarrow x_B = 0 \Rightarrow m + 2 = 0 \Rightarrow m = -2$$

$$A = \begin{bmatrix} 2m - 1 \\ 1 - 3n \end{bmatrix} \xrightarrow[n=\frac{1}{3}]{m=-2} A = \begin{bmatrix} 2(-2) - 1 \\ 1 - 3(\frac{1}{3}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 - 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} m + 2 \\ 3n - 2 \end{bmatrix} \xrightarrow[n=\frac{1}{3}]{m=-2} B = \begin{bmatrix} -2 + 2 \\ 3(\frac{1}{3}) - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$A + \overrightarrow{AB} = B \Rightarrow \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} + \overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

$$\text{طول نقطه} = -(\text{عرض نقطه}) \Rightarrow a + \frac{1}{2} = -(2a - 4)$$

$$\Rightarrow a + \frac{1}{2} = -2a + 4 \Rightarrow a + 2a = 4 - \frac{1}{2} \Rightarrow 3a = \frac{7}{2} \Rightarrow a = \frac{7}{6}$$

دو نقطه‌ای که بر هم منطبق هستند، باید دارای مختصات یکسانی باشند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

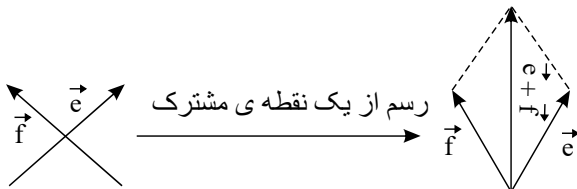
$$A = B \Rightarrow \begin{bmatrix} 5f + 4 \\ 3d - 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7f - 2 \\ 5d + 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 5f + 4 = 7f - 2 \\ 3d - 8 = 5d + 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5f - 7f = -2 - 4 \Rightarrow -2f = -6 \Rightarrow f = 3 \\ 3d - 5d = 4 + 8 \Rightarrow -2d = 12 \Rightarrow d = -6 \end{cases}$$

باید از جمع برداری مثلثی استفاده کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{e} + \vec{f} = (\vec{a} + \vec{b}) + (\vec{c} + \vec{d}) + \vec{e} + \vec{f} = \vec{e} - \vec{e} + \vec{e} + \vec{f} = \vec{e} + \vec{f}$$

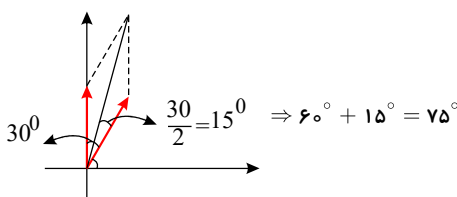
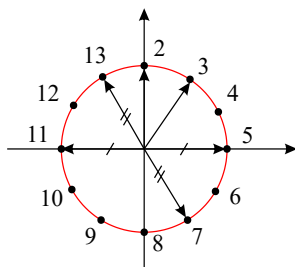
بردارهای  $e$  و  $f$  را از یک نقطه‌ی مشترک رسم می‌کنیم و با استفاده از روش متوازی‌الاضلاع، حدود شکل بردار حاصل جمع را می‌بینیم.



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

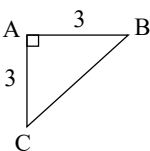
بردارها را رسم می‌کنیم.

بردارهایی که به صورت جفت مشخص شده‌اند، به دلیل قرینه بودن با هم خنثی می‌شوند.



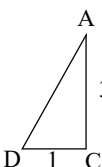
باید نقاط را روی صفحه‌ی مختصات مشخص کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

حالت اول:



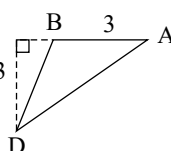
$$S_{\triangle ABC} = \frac{3 \times 3}{2} = 4,5$$

حالت دوم:



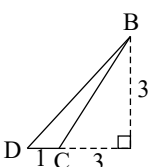
$$S_{\triangle ABC} = \frac{3 \times 1}{2} = 1,5$$

حالت سوم:

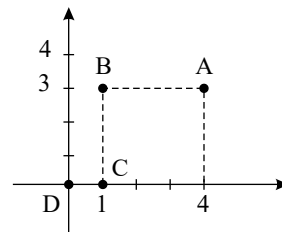


$$S_{\triangle ABC} = \frac{3 \times 3}{2} = 4,5$$

حالت چهارم:



$$S_{\triangle ABC} = \frac{3 \times 1}{2} = 1,5$$



دو بردار قرینه از نظر علامت مخالف هم هستند بنابراین: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$\begin{aligned} \overrightarrow{EF} = -\overrightarrow{GH} &\Rightarrow \begin{bmatrix} -3 \\ 1-3y \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} x+6 \\ 8 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{cases} -3 = -x-6 \Rightarrow x = -6+3 \Rightarrow x = -3 \\ 1-3y = -8 \Rightarrow 1+8 = 3y \Rightarrow y = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

$$\overrightarrow{MN} = -\overrightarrow{KL} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2x-5 \\ 6 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 6x+7 \\ -2y-8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 2x-5 = -(6x+7) \Rightarrow 2x-5 = -6x-7 \Rightarrow 2x+6x = -7+5 \Rightarrow x = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4} \\ 6 = -(-2y-8) \Rightarrow 6 = 2y+8 \Rightarrow 6-8 = 2y \Rightarrow y = -1 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{عرض را قرینه می‌کنیم}} \vec{a}' = \begin{bmatrix} 8 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{a}' = \begin{bmatrix} 4m+8 \\ 4n+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4m+8 = 8 \Rightarrow 4m = 0 \Rightarrow m = 0 \\ 4n+2 = -2 \Rightarrow 4n = -2-3 \Rightarrow n = -1 \end{cases}$$

$$\xrightarrow[m=-1]{m=0} m+2n = 0 + 2(-1) = -2$$

چون نقطه‌ی A در ربع اول دستگاه مختصات قرار دارد و از دو محور به یک فاصله است، پس این نقطه ری نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم قرار دارد و در نتیجه طول برابر عرض می‌باشد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

$$15a - 20 = 5a + 30 \Rightarrow 15a - 5a = 30 + 20 \Rightarrow 10a = 50 \Rightarrow a = 5$$

نقطه O وسط پاره خط AB است. پس داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{-2+m}{3} + 4 \\ \frac{2}{n-1} + 3m \\ \frac{2}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{10+m}{6} \\ \frac{n+6m-1}{4} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \frac{10+m}{6} = 1 \\ \frac{n+6m-1}{4} = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10+m = 6 \Rightarrow m = -4 \\ n+6m = 13 \Rightarrow n+6(-4) = 13 \Rightarrow n = 37 \end{cases} \end{aligned}$$

بنابراین:  $m+n = 33$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

$$a \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3a \\ 2a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2b \\ 3b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3a+2b \\ 2a+3b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 3a+2b = 1 \\ 2a+3b = 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \times 3 &\rightarrow \begin{cases} 9a + 6b = 3 \\ -4a - 6b = -4 \end{cases} \quad \Delta a = -1 \rightarrow \boxed{a = -\frac{1}{5}} \\ \times (-2) & \end{aligned}$$

$$2a + 3b = 2 \rightarrow 2\left(-\frac{1}{5}\right) + 3b = 2 \rightarrow -\frac{2}{5} + 3b = 2 \rightarrow 3b = \frac{2}{1} + \frac{2}{5} \rightarrow 3b = \frac{12}{5} \rightarrow b = \frac{\frac{12}{5}}{3} \rightarrow \boxed{b = \frac{4}{5}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

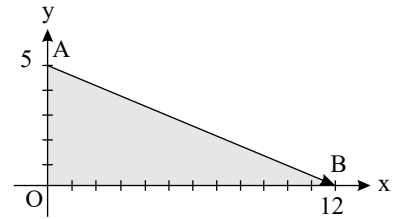
نقطه‌ای  $A$  روی محور عرض‌هاست  $\Rightarrow 5m = 40 \Rightarrow m = 8$

نقطه‌ای  $B$  روی محور طول‌هاست  $\Rightarrow 2n - 4 = 0 \Rightarrow n = 2$

$$A = \begin{bmatrix} 5m - 40 \\ 3n - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5(8) - 40 \\ 3(2) - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} m + 4 \\ 2n - 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 + 4 \\ 2(2) - 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$S_{\Delta OAB} = \frac{\frac{1}{2} \times 5 \times 12}{1} = 6 \times 5 = 30$$



در روش جمع برداری مثلثی، اگر از ابتدای  $\vec{a}$  شروع کنیم و همینطور پیش برویم و دوباره به ابتدای  $\vec{a}$  برسیم، جمع برداری این چند بردار صفر است.

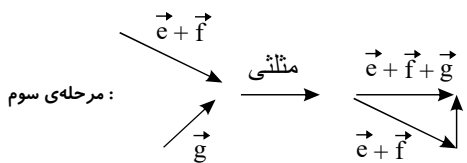
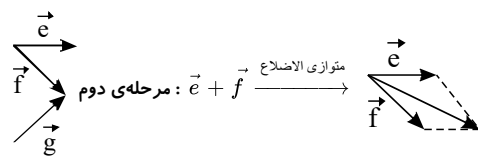
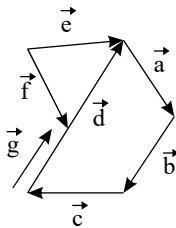
۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

$$\vec{c} + \vec{b} - \frac{\vec{c}}{2} - \vec{x} - 3\vec{b} = \vec{0} \Rightarrow \vec{x} = \frac{\vec{c}}{2} + \vec{b} - 3\vec{b} = \frac{\vec{c}}{2} - 2\vec{b}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵

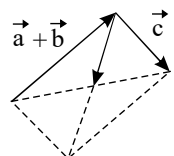
۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = -\vec{d} \rightarrow -\vec{d} + \vec{d} = \vec{0}$$



$$\vec{a} + \vec{d} + \vec{e} - \vec{c} = ?$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

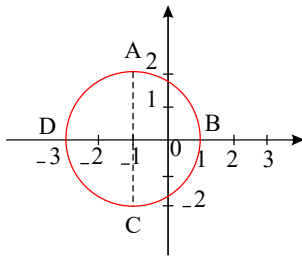


$$\vec{a} + \vec{d} = \vec{f} \Rightarrow \vec{f} + \vec{e} = \vec{a} + \vec{b} \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} - \vec{c} = 2\vec{e} \Rightarrow \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}) = \vec{e}$$

ابتدا باید دستگاه مختصات را رسم کرده و نقاط را مشخص کنیم، سپس دایره‌ای به مرکز  $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$  و شعاع ۲ با دقت رسم کنیم نقاط شاخص را می‌توانیم

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

تشخیص دهیم:

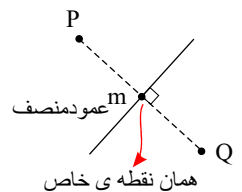


$$A = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} +1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

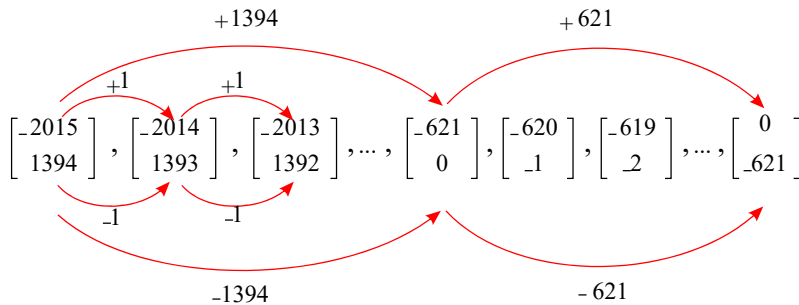
چهار نقطه پیدا شد.

نقطه‌ی خاص از این عمودمنصف را می‌یابیم به امید آن که در گزینه‌ها باشد. آن نقطه‌ی خاص نقطه‌ی وسط  $P$  و  $Q$  است یعنی نقطه‌ی میانگین: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹

$$M = \frac{P + Q}{2} = \frac{\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}}{2} = \frac{\begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}}{2} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,5 \\ -0,5 \end{bmatrix}$$



باید از دنباله استفاده کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰



نقاطی که در ناحیه‌ی سوم قرار دارند

الف) در این دنباله،  $x$  و  $y$  هیچ نقطه‌ای یکسان نیست، بنابراین هیچ نقطه‌ای روی نیمساز ربع اول و سوم قرار ندارد.  
ب) نقاطی که هم عرض و هم طول آن‌ها منفی است، در ناحیه‌ی سوم قرار دارند و ما دنباله‌ی آن‌ها را پیدا کردیم.

$$\begin{bmatrix} -620 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -619 \\ -2 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} -1 \\ -620 \end{bmatrix}$$

