

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲

$$n(S) = 6^2 = 36$$

$$A = \left\{ (1, 2)(2, 3)(3, 4)(4, 5)(5, 6) \right\} \rightarrow n(A) = 10$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18} \text{ است.}$$

۲ - گزینه ۱ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S) = 6^2 = 36$ است.

$$\text{حالات مطلوب: } \begin{cases} 4 \rightarrow (1, 3)(3, 1)(2, 2) \\ 8 \rightarrow (2, 6)(6, 2)(3, 5)(5, 3)(4, 4) \\ 12 \rightarrow (6, 6) \end{cases} \Rightarrow n(A) = 9$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} \text{ است.}$$

۳ - گزینه ۳

$$n(S) = 6^2 = 36$$

$$\begin{cases} 4 \Rightarrow (1, 3), (3, 1), (2, 2) \\ 8 \Rightarrow (2, 6), (6, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 4) \\ 12 \Rightarrow (6, 6) \end{cases} \Rightarrow n(A) = 9$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} \text{ است.}$$

۴ - گزینه ۲

$$n(S) = \binom{12}{3} = \frac{12 \times 11 \times 10}{6} = 220$$

$$n(A) = \underbrace{\binom{5}{1}}_{\text{یک سفید}} \times \underbrace{\binom{4}{1}}_{\text{یک سیاه}} \times \underbrace{\binom{3}{1}}_{\text{یک آبی}} = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{60}{220} = \frac{3}{11} \text{ است.}$$

۵ - گزینه ۴

$$n(S) = \binom{8}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$

$$n(A) = \underbrace{\binom{3}{1}}_{\text{یک دیابتی}} \times \underbrace{\binom{5}{1}}_{\text{یک سالم}} = 3 \times 5 = 15$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{15}{28} \text{ است.}$$

۶ - گزینه ۴ در صورتی که از رنگ n مهره‌ی خارج شده اطلاعی نداشته باشیم احتمال آنکه مهره‌ی $(n+1)$ م خارج شده سفید باشد مانند آن است که اولین مهره‌ی خارج شده سفید باشد یعنی

$$P(A) = \frac{4}{7} \text{ است.}$$

۷ - گزینه ۲

$$n(S) = \binom{11}{3} = \frac{11 \times 10 \times 9}{6} = 165$$

$$n(A) = \binom{6}{3} = \frac{6 \times 5 \times 4}{6} = 20$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{20}{165} = \frac{4}{33} \text{ است.}$$

۸ - گزینه ۳

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{6} = 84$$

$$n(A) = \binom{4}{1} \times \binom{5}{2} = 4 \times 10 = 40$$

یکی از مهره‌ها باید سفید باشد و دو مهره‌ی دیگر باید از بین ۵ مهره‌ی قرمز و سیاه باشد.

پس $P(A) = \frac{40}{84} = \frac{10}{21}$ است.

۹ - گزینه ۳

$$n(S) = 2^3 = 8, \quad R, R, P \rightarrow n(A) = \frac{3!}{2!} = 3$$

پس $P(A) = \frac{3}{8}$ است.

۱۰ - گزینه ۳

$$n(S) = \binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{6} = 120$$

$$n(A) = \underbrace{\binom{5}{2}}_{\text{دو سفید}} \underbrace{\binom{5}{1}}_{\text{یکی از بقیه رنگ ها}} + \underbrace{\binom{3}{2}}_{\text{دو سیاه}} \underbrace{\binom{7}{1}}_{\text{یکی از بقیه رنگ ها}} + \underbrace{\binom{2}{2}}_{\text{دو قرمز}} \underbrace{\binom{8}{1}}_{\text{یکی از بقیه رنگ ها}} = 50 + 21 + 8 = 79$$

پس $P(A) = \frac{79}{120}$ است.

۱۱ - گزینه ۱

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{6} = 84$$

مهره های خارج شده هم رنگ باشند یعنی هر ۳ سفید یا هر ۳ سیاه باشند.

$$n(A) = \binom{4}{3} + \binom{5}{3} = 4 + 10 = 14$$

پس $P(A) = \frac{14}{84} = \frac{1}{6}$ است.

۱۲ - گزینه ۴

فضای نمونه ای آزمایش، برابر $n(S) = 6^3 = 216$ است و هر سه عدد رو شده یکسان باشند ۶ حالت $(1, 1, 1)(2, 2, 2) \dots (6, 6, 6)$ است.

پس $P(A) = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$ است.

۱۳ - گزینه ۲ فضای نمونه ای این آزمایش $n(S) = 6^2 = 36$ است.

$$\text{مضارب ۳: } \begin{cases} 3 \rightarrow (1, 2)(2, 1) \\ 6 \rightarrow (1, 5)(5, 1)(2, 4)(4, 2)(3, 3) \\ 9 \rightarrow (3, 6)(6, 3)(4, 5)(5, 4) \\ 12 \rightarrow (6, 6) \end{cases} \rightarrow n(A) = 12$$

پس $P(A) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$ است.

۱۴ - گزینه ۲

$$5 \times 4 \times 3 = 60 \rightarrow n(s) = 60$$

برای آنکه عدد رو شده، مضرب ۳ باشد، باید مجموع ارقامش باید بر ۳ بخش پذیر باشد که شامل دسته بندی های زیر باشد.

$$\left. \begin{aligned} 1, 2, 3 &\rightarrow 3! = 6 \\ 1, 3, 5 &\rightarrow 3! = 6 \\ 2, 3, 4 &\rightarrow 3! = 6 \\ 3, 4, 5 &\rightarrow 3! = 6 \end{aligned} \right\} \rightarrow n(A) = 4 \times 6 = 24$$

پس $P(A) = \frac{24}{60} = \frac{2}{5}$ است.

۱۵ - گزینه ۳

$$n(S) = \binom{10}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

برای هم رنگ نبودن دو مهره یکی از حالت های زیر باید اتفاق بیفتد

$$\left. \begin{aligned} \text{یکی سفید و یکی سیاه} &\quad \binom{3}{1} \binom{2}{1} = 3 \times 2 = 6 \\ \text{یکی سفید و یکی قرمز} &\quad \binom{3}{1} \binom{5}{1} = 3 \times 5 = 15 \\ \text{یکی سیاه و یکی قرمز} &\quad \binom{2}{1} \binom{5}{1} = 2 \times 5 = 10 \end{aligned} \right\} \Rightarrow n(A) = 6 + 15 + 10 = 31$$

پس $P(A) = \frac{31}{45}$ است.

$$n(S) = \frac{6!}{3!} = 120 \text{ (جابه‌جایی حروف ATAXIA)}$$

$$\boxed{AAA} TXI \Rightarrow n(A) = 4! = 24 \text{ (جابه‌جایی ۳ حرف A باهم اهمیت ندارد)}$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{24}{120} = \frac{1}{5} \text{ است.}$$

۱۷ - گزینه ۳ جمع دو کارت وقتی زوج است که هر دو زوج یا هر دو فرد باشد: ۳ کارت رقم فرد و ۳ کارت رقم زوج دارند لذا:

$$n(S) = \binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

$$n(A) = \binom{3}{2} + \binom{3}{2} = 3 + 3 = 6$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} \text{ است.}$$

۱۸ - گزینه ۳ بر روی ۳ موش آزمون مهارت انجام شده است و بر روی ۴ موش آزمون مهارت انجام نشده است.

$$n(S) = \binom{7}{2} = \frac{7 \times 6}{2} = 21$$

لااقل بر روی یکی از آن دو آزمون انجام شده است یعنی: بر روی هر دو آزمون انجام شده است یا بر روی یکی آزمون انجام نشده است.

$$n(A) = \binom{3}{2} + \binom{3}{1} \binom{4}{1} = 3 + 12 = 15$$

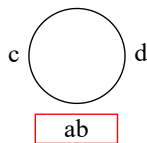
$$\text{پس } P(A) = \frac{15}{21} = \frac{5}{7} \text{ است.}$$

۱۹ - گزینه ۱

$$n(S) = \binom{6}{2} = 15, A = \{(1,2)(1,3)(1,4)(2,3)\} \Rightarrow P(A) = \frac{4}{15}$$

توجه کنید که چون مهره‌ها را باهم برمی‌داریم تفاوتی بین (۱, ۲) و (۲, ۱) وجود ندارد.

۲۰ - گزینه ۲ تعداد جایگشت‌های دایره‌ای شکل n شی متمایز برابر $(n-1)!$ است پس $6 = 3! = (n-1)!$ است.



$$n(A) = \underbrace{(3-1)!}_{\text{جابه‌جایی سه نفر دور میز دایره‌ای}} \times \underbrace{2!}_{\text{جابه‌جایی دو فرد موردنظر}} = 2! = 4$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \text{ است.}$$

۲۱ - گزینه ۳

$$n(S) = \binom{8}{4} = \frac{8!}{4!4!} = 70$$

$$n(A) = \binom{3}{1} \times \binom{5}{3} = 3 \times 10 = 30 \Rightarrow \text{یکی سفید و سه تا سیاه}$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{30}{70} = \frac{3}{7} \text{ است.}$$

۲۲ - گزینه ۱ توجه کنید چون دو مهره با هم خارج می‌شوند ترتیب خارج شدن مهره‌ها اهمیتی ندارد بنابراین حالاتی که دو مهره، متوالی اند عبارتند از:

$$A = \{(1,2), (2,3)(3,4)(4,5), (5,6)\} \rightarrow n(A) = 5$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{5}{\binom{6}{2}} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \text{ است.}$$

۲۳ - گزینه ۴

$$P(O \cup AB) = P(O) + P(AB) - P(\underbrace{O \cap AB}_{\emptyset}) = \frac{36}{200} + \frac{54}{200} - 0 = \frac{90}{200} = 0,45$$

۲۴ - گزینه ۳

$$n(S) = 2^6 = 16$$

$$PPDD \text{ یا } DDDP \Rightarrow n(A) = \frac{4!}{2!2!} + \frac{4!}{3!1!} = 6 + 4 = 10$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{10}{16} = \frac{5}{8} \text{ است.}$$

۲۵ - گزینه ۳

$$n(S) = 2^4 = 16$$

$$PPDD \Rightarrow n(A) = \frac{4!}{2!2!} = 6$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8} \text{ است.}$$

۲۶ - گزینه ۴ تعداد حالات انجام تجربه‌ی تصادفی که همان چیدن چهار رقم ۳ و ۲ و ۱ و ۰ به تصادف در کنار هم است، برابر است با:

$$n(S) = \boxed{3} \times \boxed{3} \times \boxed{2} \times \boxed{1} = 18$$

برای آن که عددی چهار رقمی مضرب ۶ باشد، باید هم زوج و هم بر ۳ بخش پذیر باشد. شرط آن که عددی بر ۳ بخش پذیر باشد آن است که مجموع ارقامش بر ۳ قابل قسمت باشد. چون همواره مجموع ارقام ۳ و ۲ و ۱ و ۰ برابر ۶ است، پس این عدد چهار رقمی همواره بر ۳ بخش پذیر می باشد. لذا باید تنها تعداد اعداد زوج را پیدا کنیم تا عدد مضرب ۶ شود. تعداد اعداد چهار رقمی زوج برابر است با:

$$\left. \begin{array}{l} \boxed{3} \times \boxed{2} \times \boxed{1} \times \boxed{1} = 6 \quad \text{رقم یکان صفر باشد} \\ \boxed{2} \times \boxed{2} \times \boxed{1} \times \boxed{1} = 4 \quad \text{رقم یکان صفر نباشد} \end{array} \right\} \Rightarrow n(A) = 6 + 4 = 10$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

۲۷ - گزینه ۴

$$n(S) = 6^2 = 36$$

$$A = \{(1,5)(5,1)(2,5)(5,2)(3,5)(5,3)(4,5)(5,4)(6,5)(5,6)\} \rightarrow n(A) = 10$$

$$B = \{(1,4)(4,1)(2,3)(3,2)\} \rightarrow n(B) = 4$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{10}{36} + \frac{4}{36} - 0 = \frac{14}{36} = \frac{7}{18}$$

۲۸ - گزینه ۳

$$\boxed{(A \cup B)' = A' \cap B'}$$
 می دانیم:

$$P(A' \cap B') = P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) = 1 - P(A) - P(B)$$

پس گزینه‌ی سوم نادرست است.

۲۹ - گزینه ۴

$$n(S) = \binom{12}{5} = \frac{12!}{5!7!} = 792$$

لااقل سه تجربی یعنی: سه تجربی و دو ریاضی یا چهار تجربی و یک ریاضی یا پنج تجربی

$$n(A) = \binom{5}{3} \binom{7}{2} + \binom{5}{4} \binom{7}{1} + \binom{5}{5} = 210 + 35 + 1 = 246$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{246}{792} = \frac{41}{132} \text{ است.}$$

۳۰ - گزینه ۴ لااقل دو دختر یعنی دو دختر یا سه دختر یا چهار دختر یا پنج دختر، برای این منظور از پیشامد متمم استفاده می کنیم.

$$P(\text{لااقل دو دختر}) = 1 - P(\text{یک دختر یا هیچ دختر}) = 1 - \left(\frac{5}{32} + \frac{1}{32} \right) = 1 - \frac{6}{32} = \frac{13}{16}$$

$$\text{دقت کنید: } \begin{cases} P \rightarrow 1: \text{تعداد حالات هیچ دختر} \\ D \rightarrow \frac{5!}{4!} = 5: \text{تعداد حالات یک دختر} \end{cases}$$

۳۱ - گزینه ۳

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{6} = 84$$

هیچ دو مهره همرنگ نباشند یعنی رنگ‌های ۳ مهره متفاوت باشد.

$$n(A) = \binom{3}{1} \cdot \binom{4}{1} \cdot \binom{2}{1} = 3 \times 4 \times 2 = 24$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{24}{84} = \frac{2}{7} \text{ است.}$$

$$\boxed{(A \cap B)' = A' \cup B'}$$
 می دانیم: ۳۲ - گزینه ۳

$$P(A' \cup B') = P((A \cap B)') = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = 1 - \frac{3}{9} = \frac{2}{3}$$

دقت کنید $A \cap B = \{3, 4, 6\}$ می باشد.

۳۳ - گزینه ۳

$$n(S) = \binom{14}{4} = \frac{14!}{4!10!} = \frac{14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10!}{24 \times 10!} = 1001$$

$$\begin{cases} \text{یک قرمز} \rightarrow \binom{2}{1} = 2 \\ \text{سه سفید یا دو سفید و یک سیاه} \rightarrow \binom{7}{2} \binom{5}{1} + \binom{7}{3} = 105 + 35 = 140 \end{cases} \Rightarrow n(A) = 2 \times 140 = 280$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{280}{1001} = \frac{40}{143} \text{ می باشد.}$$

$$\boxed{(A \cup B)' = A' \cap B'} \text{ می دانیم: } 34 - \text{گزینه ۱}$$

$$P(A' \cap B') = P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) \\ = 1 - (0,45 + 0,25) = 0,3$$

۳۵ - گزینه ۱

$$1 - \text{گزینه ۱: } P(A' \cap B) = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = P(B)$$

$$2 - \text{گزینه ۲: } P(A' \cup B') = P((A \cap B)') = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0 = 1$$

$$3 - \text{گزینه ۳: } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B)$$

$$4 - \text{گزینه ۴: } P(A' \cap B) = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = P(B)$$

۳۶ - گزینه ۲ احتمال اینکه لااقل یکی از آنها سال چهارم باشد متمم احتمال این است که هیچ کدام از سال چهارم نباشند.

$$P(\text{هیچ کدام سال چهارم نباشند}) = 1 - P(\text{لااقل یکی سال چهارم}) = 1 - \frac{\binom{5}{3}}{\binom{8}{3}} = 1 - \frac{10}{56} = \frac{23}{28}$$

۳۷ - گزینه ۲

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{6} = 84$$

حداقل یک مهره ی آبی خارج شود متمم آن است که اصلاً مهره ی آبی خارج نشده باشد یعنی ۳ مهره ی خارج شده از بین ۵ مهره ی قرمز و سفید باشد.

$$P(\text{حداقل یک مهره آبی}) = 1 - P(\text{هیچ کدام از مهره ها آبی نباشند}) = 1 - \frac{\binom{5}{3}}{84} = 1 - \frac{10}{84} = \frac{37}{42}$$

۳۸ - گزینه ۴

$$n(S) = \binom{11}{3} = \frac{11 \times 10 \times 9}{6} = 165$$

$$P(\text{هر سه موش سیاه باشند}) = 1 - P(\text{حداقل یکی از موش ها سفید باشد})$$

$$= 1 - \frac{\binom{6}{3}}{165} = 1 - \frac{6 \times 5 \times 4}{6 \times 165} = 1 - \frac{20}{165} = 1 - \frac{4}{33} = \frac{29}{33}$$

۳۹ - گزینه ۴

$$n(S) = 2^4 = 16$$

$$PDPD \text{ یا } DPDP \rightarrow n(A) = 2$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{2}{16} = \frac{1}{8} \text{ است.}$$

۴۰ - گزینه ۲

$$n(S) = 2^4 = 16$$

$$PPDD \rightarrow n(A) = \frac{4!}{2!2!} = 6 \text{ (دو پسر و دو دختر)}$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8} \text{ است.}$$

۴۱ - گزینه ۳ پیشامد حالات مطلوب است.

ابتدا ۳ رقم از ۵ رقم را انتخاب، سپس به ۳! حالت با آن ها عدد سه رقمی می سازیم.

$$n(S) = \binom{5}{3} \times 3! \\ n(A) = \underbrace{\binom{2}{2}}_{\text{انتخاب دو رقم فرد}} \times \underbrace{\binom{3}{1}}_{\text{انتخاب یک رقم زوج}} \times \underbrace{3!}_{\text{جابجایی سه رقم انتخابی}}$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{\binom{2}{2} \times \binom{3}{1} \times 3!}{\binom{5}{3} \times 3!} = 0,3 \text{ است.}$$