

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۴ مساحت هر چهارضلعی از نصف حاصل ضرب دو قطر در سینوس زاویه ی بینشان به دست می آید.

$$S = \frac{1}{2}(12)(8\sqrt{3})(\sin 60^\circ) = (48\sqrt{3})\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 24 \times 3 = 72$$

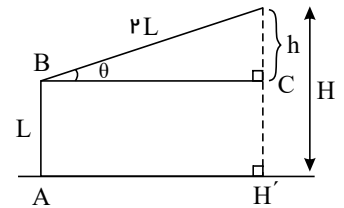
۲ - گزینه ۳ مساحت متوازی الاضلاع از نصف حاصل ضرب دو قطر در سینوس زاویه ی بین دو قطر به دست می آید.

قطرها را x و $2x$ در نظر می گیریم:

$$S = \frac{1}{2}(x)(2x) \sin 30^\circ \Rightarrow 32 = \frac{1}{2}(2x^2)\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow 32 = \frac{x^2}{2} \Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow x = 8$$

۳ - گزینه ۳ ابتدا ارتفاع نوک گیره این روبات تا سطح زمین را به صورت تابعی از θ می نویسیم:

$$h = 2L \sin \theta \Rightarrow H = L + 2L \sin \theta$$



می دانیم بیشترین مقدار ممکن زمانی رخ می دهد که $\sin \theta = 1$ باشد که در این صورت: $H = 3L$

پس طبق فرض، روبات در حالتی قرار دارد که:

$$H = \frac{3L}{2} \Rightarrow L + 2L \sin \theta = \frac{3L}{2} \Rightarrow 2L \sin \theta = \frac{L}{2} \Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

در نتیجه:

$$AH' = BC = 2L \cos \theta = 2L \times \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{\sqrt{15}}{2}L$$

۴ - گزینه ۱

$$\begin{aligned} & \begin{array}{c} \text{A} \\ \text{B} \\ \text{C} \end{array} \quad \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \alpha \\ \alpha \end{array} \quad \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} S_{\triangle ABC} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2} \\ AC^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \Rightarrow AC = \sqrt{2}, \quad BC^2 = 1^2 + 2^2 = 5 \Rightarrow BC = \sqrt{5} \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}CA \times CB \times \sin \alpha \Rightarrow \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} \sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{10} \sin \alpha = 1 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

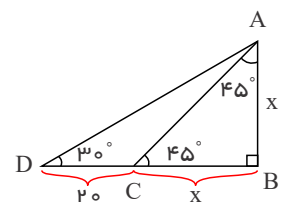
۵ - گزینه ۱

$$\triangle ABC : \hat{ACB} = \hat{CAB} = 45^\circ \Rightarrow AB = BC = x$$

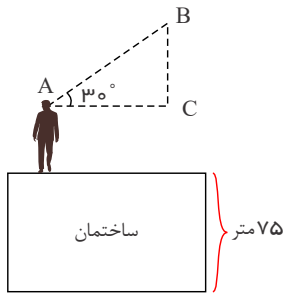
$$\triangle ADB : \tan 30^\circ = \frac{AB}{DB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{20 + x}$$

$$\Rightarrow 3x = 20\sqrt{3} + \sqrt{3}x \Rightarrow (3 - \sqrt{3})x = 20\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{20\sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} \times \frac{3 + \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} = \frac{60\sqrt{3} + 60}{9 - 3} \Rightarrow x = \frac{60(\sqrt{3} + 1)}{6} = 10(\sqrt{3} + 1)$$



۶ - گزینه ۳

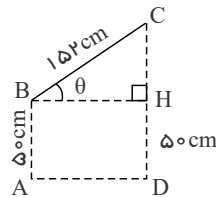


$$\sin 30^\circ = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{BC}{44.4} \Rightarrow BC = 22.2$$

(متر) \Rightarrow فاصله بالگرد تا سطح زمین $= 22.2 + 1.8 + 75 = 99$

۷ - گزینه ۲

در مثلث قائم الزاویه BCH داریم:



$$\sin \theta = \frac{CH}{BC} \Rightarrow CH = BC \sin \theta = 152 \sin \theta$$

$$CH = CD - DH = 126 - 50 = 76$$

$$76 = 152 \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = \frac{76}{152} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\theta \text{ حاده است}} \theta = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

بنا به فرض $CD = 126 \text{ cm}$ است، پس داریم:

۸ - گزینه ۴ مساحت هر مثلث برابر با نصف حاصل ضرب دو ضلع در سینوس زاویه بین آن دو ضلع است.

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \theta \Rightarrow 6 = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times 4 \sin \theta \Rightarrow 6 = 6\sqrt{2} \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

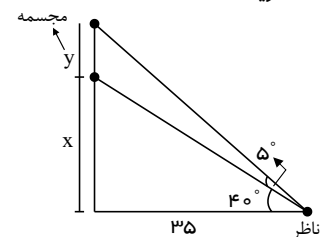
$$\Rightarrow \theta = 45^\circ \text{ یا } 135^\circ$$

$$\theta' = 135^\circ - 75^\circ = 60^\circ, \quad a' = \sqrt{2}a = \sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 6, \quad b' = \sqrt{2}b = \sqrt{2} \times 4 = 4\sqrt{2}$$

$$S' = \frac{1}{2} a' b' \sin \theta' = \frac{1}{2} \times 6 \times 4\sqrt{2} \sin 60^\circ = 12\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{6} \Rightarrow \frac{S'}{S} = \frac{6\sqrt{6}}{6} = \sqrt{6}$$

چون θ را 75° کاهش داده ایم، پس $\theta = 135^\circ$ قابل قبول است.

۹ - گزینه ۳



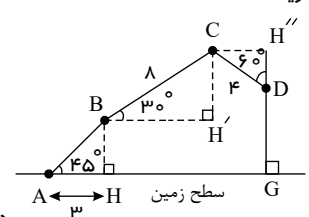
$$\tan 40^\circ = \frac{x}{35} \text{ باتوجه به شکل}$$

$$\tan 40^\circ = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{x}{35} = \frac{1}{10} \Rightarrow x = 3.5$$

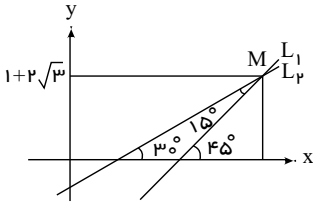
$$\tan 45^\circ = \frac{x+y}{35} = 1 \Rightarrow x+y = 35 \Rightarrow 3.5 + y = 35$$

$$\Rightarrow y = 31.5 \text{ متر است. ارتفاع مجموعه ۷ متر است.}$$

۱۰ - گزینه ۴



$$DG = BH + CH' - DH'' = AH \tan 45^\circ + BC \sin 30^\circ - CD \cos 60^\circ \Rightarrow DG = 3 \times 1 + 8 \times \frac{1}{2} - 4 \times \frac{1}{2} = 5$$



شیب خط L_1 برابر یک است. بنابراین با قسمت مثبت محور x زاویه 45° می‌سازد. حال نقطه M روی هر دو خط L_1 و L_2 قرار دارد. عرض آن برابر $1 + 2\sqrt{3}$ و طول آن برابر $1 + 2\sqrt{3} + 5 = 6 + 2\sqrt{3}$ است. از طرفی با توجه به شکل بالا، زاویه خط L_2 با قسمت مثبت محور x ها، 30° است، بنابراین شیب آن برابر است با $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ، حال با استفاده از

شیب خط و مختصات نقطه M برای معادله خط داریم:

$$y - y_M = m(x - x_A) \rightarrow y - (1 + 2\sqrt{3}) = \frac{1}{\sqrt{3}}(x - 6 - 2\sqrt{3}) \Rightarrow L_2: y = \frac{x}{\sqrt{3}} - 1 \Rightarrow x - \sqrt{3}y = \sqrt{3}$$