

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ تعداد دایره‌ها با یکدیگر تشکیل یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۳ می‌دهند.

$$a_n = a_1 + (n-1)d \quad 5, 8, 11, \dots \longrightarrow a_{12} = 5 + 11(3) = 5 + 33 = 38$$

۲ - گزینه ۱

..... , ۴ + ۵ + ۶ + ۷ : شکل چهارم , ۳ + ۴ + ۵ : شکل سوم , ۲ + ۳ : شکل دوم , ۱ : شکل اول

پس تعداد نقطه‌ها در شکل نهم می‌شود:

$$9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 = 117$$

۳ - گزینه ۲ در تقسیم $\frac{2}{3}$ دنباله اعداد اعشاری به صورت زیر است:

۰٫۶, ۰٫۶۶, ۰٫۶۶۶, ۰٫۶۶۶۶, ...

در جمله دهم تعداد ارقام ۶ بعد از ممیز برابر ۱۰ می‌باشد.

$$\frac{2}{3} - 0.6666...6 = \frac{2 - 1.9999998}{3} = \frac{2 \times 10^{-10}}{3}$$

۴ - گزینه ۱

$$1, 3, 6, 10, \dots \rightarrow a_n = \frac{n(n+1)}{2} \quad \text{دایره‌های توخالی}$$

$$0, 1, 3, 6, \dots \rightarrow b_n = \frac{n(n-1)}{2} \quad \text{دایره‌های توپر}$$

$$a_{12} - b_{12} = \frac{12 \times 13}{2} - \frac{12 \times 11}{2} = 78 - 66 = 12$$

۵ - گزینه ۲

شماره شکل	تعداد مثلث‌های سفید
۱	$1 + 2 = \frac{2 \times 3}{2}$
۲	$1 + 2 + 3 = \frac{3 \times 4}{2}$
۳	$1 + 2 + 3 + 4 = \frac{4 \times 5}{2}$
n	$1 + 2 + \dots + (n+1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$

با توجه به فرض، تعداد مثلث‌های سفید مرحله n م ۶۶ است. داریم:

$$\frac{(n+1)(n+2)}{2} = 66 \Rightarrow (n+1)(n+2) = 132 = 11 \times 12 \Rightarrow n+1 = 11 \Rightarrow n = 10$$

حال باید تعداد مثلث‌های سیاه در شکل n م یعنی ۲۰م را بیابیم:

شماره شکل	تعداد مثلث‌های مشکی
۱	$(1+2) + 1$
۲	$(1+2+3) + 2$
۳	$(1+2+3+4) + 3$
n	$(1+2+\dots+(n+1)) + n = \frac{(n+1)(n+2)}{2} + n$

$$\Rightarrow a_n = \frac{(n+1)(n+2)}{2} + n \xrightarrow{n=20} a_{20} = \frac{21 \times 22}{2} + 20 = 231 + 20 = 251$$

۶ - گزینه ۳ در شکل‌های شماره زوج، نصف مربع‌های کوچک سفید و نصف دیگر سیاه است. در شکل‌های شماره فرد، تعداد مربع‌های سیاه یکی بیش‌تر از تعداد مربع‌های سفید است. بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} 10 \text{ تعداد مربع های سفید شکل } &= \frac{10^2}{2} = 50 \\ 7 \text{ تعداد مربع های سیاه شکل } &= \frac{7^2 + 1}{2} = 25 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{50}{25} = 2$$