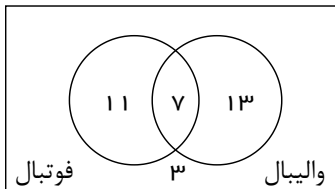


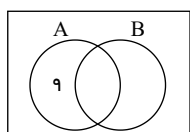
## پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ با نمایش تعداد نفرات تیم فوتبال و والیبال در نمودار زیر داریم:



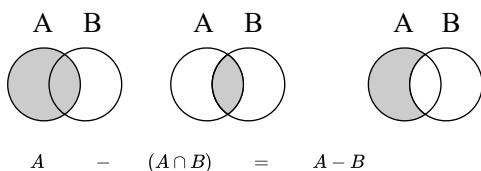
با توجه به نمودار بالا، ۱۶ نفر عضو تیم فوتبال نیستند.

۲ - گزینه ۱ مسأله را به کمک نمودار ون حل می‌کنیم.

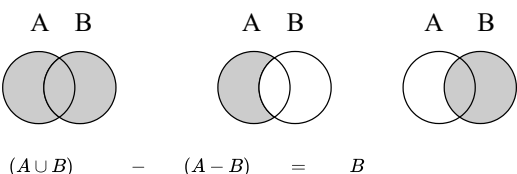


$$\rightarrow 9 + n(B) = 32 \rightarrow n(B) = 23$$

۳ - گزینه ۳



$$A - (A \cap B) = A - B$$



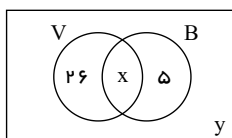
$$(A \cup B) - (A - B) = B$$

$$A - (A \cap B) = A - B \Rightarrow (A \cup B) - (A - (A \cap B)) = (A \cup B) - (A - B) = B$$

و مجموعه‌ی  $B$ ، دارای ۴ عضو است.

۴ - گزینه ۱

اگر تعداد اعضای تیم والیبال را با  $n(V)$  و تعداد اعضای تیم بسکتبال را با  $n(B)$  نشان دهیم، با توجه به نمودار ون روبه‌رو داریم:



$$n(V) = 4n(B) \Rightarrow 26 + x = 4(x + 5) \Rightarrow 26 + x = 4x + 20 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$$

تعداد کل اعضای کلاس ۵۰ نفر است، بنابراین:

$$26 + x + 5 + y = 50 \Rightarrow 26 + 2 + 5 + y = 50 \Rightarrow y = 17$$

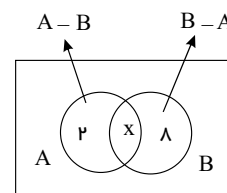
در نتیجه ۱۷ نفر از دانش‌آموزان عضو هیچ یک از دو تیم نیستند.

۵ - گزینه ۴

نمودار زیر را رسم می‌کنیم و تعداد اعضای  $A \cap B$  را  $x$  می‌نامیم.

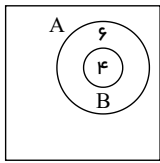
$$\left. \begin{aligned} n(A) &= 2 + x \\ n(B) &= 8 + x \\ n(B) &= 3n(A) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 8 + x = 3(2 + x) \Rightarrow 8 + x = 6 + 3x \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 3 + 9 - 1 = 11$$



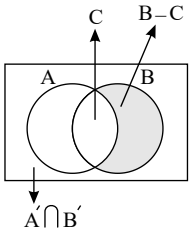
۶ - گزینه ۲

می دانیم اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه باشند و  $A' \subset B'$  باشد آن گاه  $B \subset A$  است. مسئله را با رسم شکل، حل می کنیم.



$$\rightarrow n[(A - B) \cup (A' \cap B)] = n[(A - B) \cup \underbrace{(B - A)}_{\emptyset}] = 6$$

۷ - گزینه ۱ مسئله را به کمک نمودار ون حل می کنیم:



$$\rightarrow n(U) = n(A) + n(B - C) + n(A' \cap B') = 15 + 10 + 6 = 31$$

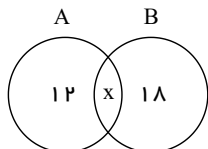
۸ - گزینه ۲ می دانیم که  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$  است.

$$3n(A) = 2n(B) = 5n(A \cap B) \Rightarrow \begin{cases} n(A) = \frac{5}{3}n(A \cap B) \\ n(B) = \frac{5}{2}n(A \cap B) \end{cases}$$

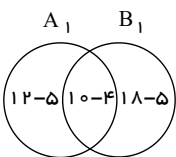
$$\frac{n(A) - n(A \cap B)}{n(A \cup B)} = \frac{n(A) - n(A \cap B)}{n(A) + n(B) - n(A \cap B)} = \frac{\frac{5}{3}n(A \cap B) - n(A \cap B)}{\frac{5}{3}n(A \cap B) + \frac{5}{2}n(A \cap B) - n(A \cap B)}$$

$$= \frac{\frac{2}{3}n(A \cap B)}{\frac{19}{6}n(A \cap B)} = \frac{4}{19}$$

۹ - گزینه ۴ باتوجه به اطلاعات مسئله، نمودار ون مقابل را داریم:



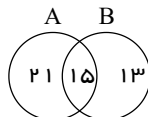
$$\rightarrow 12 + x + 18 = 40 \Rightarrow x = 40 - 30 = 10 \Rightarrow n(A \cap B) = 10$$

در برداشتن ۹ عضو از هر یک از مجموعه های  $A$  و  $B$ ، چون از مجموعه ی  $A \cap B$ ، ۴ عضو کم می شود، پس ۵ عضو دیگر از  $A - B$  و  $B - A$  کم می شود:

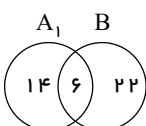
$$\Rightarrow n(A_1 \cup B_1) = (12 - 5) + (10 - 4) + (18 - 5) = 7 + 6 + 13 = 26$$

۱۰ - گزینه ۳

باتوجه به اطلاعات مسئله، نمودار ون مقابل را داریم:

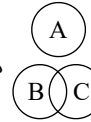


حال وقتی ۱۶ عضو از مجموعه ی  $A$  حذف شود، ۹ عضو از  $A \cap B$  حذف می شود، یعنی ۹ عضو از این ۱۶ عضو با  $B$  نیز مشترک است و حذف می شوند. پس تنها  $15 - 9 = 6$  عضو از مجموعه ی جدید ( $A_1$ ) با  $B$  مشترک است و توجه کنید تعداد اعضای مجموعه ی  $B$  نباید تغییر کنند.

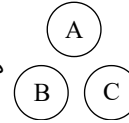


$$\rightarrow n(A_1 \cup B) = 14 + 6 + 22 = 42$$

۱۱ - گزینه ۳ به بررسی هر ۴ گزینه می پردازیم:



گزینه‌ی اول: سه مجموعه‌ی  $A$  و  $B$  و  $C$  را به صورت  $A \cap B = \emptyset$  و  $A \cap C = \emptyset$  است ولی  $B \cap C$  تهی نمی‌باشد پس گزینه‌ی یک نادرست است.



گزینه‌ی دوم: سه مجموعه‌ی  $A$  و  $B$  و  $C$  را به صورت  $A \cap B = \emptyset$  و  $A \cap C = \emptyset$  است و  $B \cap C = \emptyset$  است پس گزینه‌ی دوم نادرست است.

گزینه‌ی سوم درست است.  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) = \emptyset \cup \emptyset = \emptyset$

گزینه‌ی چهارم نادرست است.  $A \cap (B - C) = A \cap (B \cap C') = \underbrace{(A \cap B)}_{\emptyset} \cap C' = \emptyset \cap C' = \emptyset \rightarrow$

۱۲ - گزینه ۱ می‌دانیم که  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ,  $(A \cap B)' = A' \cup B'$ ,  $A - B = A \cap B'$  است.

$$(A' \cup B') \cup [B - (B - A)] = (A' \cup B') \cup (B - (B \cap A'))$$

$$= (A' \cup B') \cup (B \cap (B \cap A')') = (A' \cup B') \cup (B \cap (B' \cup A))$$

$$= (A' \cup B') \cup [\underbrace{(B \cap B')}_{\emptyset} \cup (B \cap A)] = (A \cap B)' \cup (A \cap B) = U$$

و می‌دانیم متمم مجموعه مرجع برابر مجموعه تهی است.