

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: فصل ۳ هندسه ۱

استاد: مسعود نژادمبشر

۱ در مثلث قائم‌الزاویه به طول اضلاع قائم ۶ و ۸ واحد، فاصله نقطه تلاقی میانه‌ها از بزرگ‌ترین ضلع این مثلث کدام است؟

۲ (۴)

۱٫۸ (۳)

۱٫۶ (۲)

۱٫۵ (۱)

۲ در چهارضلعی $ABCD$ ، وسط دو ضلع غیرمجاور و وسط دو قطر آن، رأس‌های یک لوزی هستند. الزاماً کدام نتیجه‌گیری در مورد چهارضلعی

مفروض، درست است؟

۲ دو قطر عمود برهم‌اند.

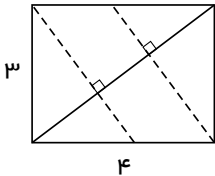
۱ دو ضلع غیرمجاور دیگر، برابرند.

۴ دو ضلع غیرمجاور، موازی‌اند.

۳ دو ضلع شامل رأس‌های لوزی، برابرند.

۳ در مستطیلی به طول اضلاع ۳ و ۴ واحد، از هر دو رأس متقابل، عمودی بر قطر دیگر این مستطیل رسم شده است. مساحت متوازی‌الاضلاع حاصل،

کدام است؟



۵٫۷۵ (۲)

۵٫۲۵ (۱)

۷٫۵ (۴)

۶ (۳)

۴ ناحیه محدود به یک چندضلعی در کدام حالت ممکن است محدب نباشد؟

۱ تمام نقاط پاره‌خطی که دو نقطه دلخواه آن را به هم وصل می‌کند، عضو آن مجموعه باشند.

۲ هر زاویه داخلی کمتر از نیم‌صفحه باشد.

۳ سایر رأس‌ها در یک طرف خطی قرار دارند که بر ضلع آن منطبق است.

۴ یک قطر، آن را به دو ناحیه محدب تقسیم کند.

۵ از به هم وصل کردن وسط ضلع‌های مربعی، یک مربع جدید ایجاد شده است. نسبت مساحت مربع بزرگ‌تر به کوچک‌تر کدام است؟

۴ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

۲ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

۶ در مثلث قائم‌الزاویه‌ای زاویه بین ارتفاع و میانه وارد بر وتر برابر ۲۶ درجه است. کوچک‌ترین زاویه مثلث چند درجه است؟

۳۴ (۴)

۳۲ (۳)

۲۸ (۲)

۲۴ (۱)

۷ در یک دوزنقه، خطی که وسط ساق‌ها را به هم وصل کند، مساحت آن را به نسبت ۳ به ۵ تقسیم می‌کند. نسبت قاعده‌های دوزنقه کدام است؟

$\frac{3}{5}$ (۴)

$\frac{2}{5}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

۸ اندازه قاعده‌های دوزنقه‌ای ۵ و ۹ واحد است. پاره‌خطی موازی قاعده‌های دوزنقه چنان رسم می‌کنیم که دوزنقه را به دو قسمت با مساحت مساوی،

تقسیم کند. اندازه پاره‌خط، کدام است؟

$\sqrt{57}$ (۴)

$4\sqrt{3}$ (۳)

$\sqrt{53}$ (۲)

۷ (۱)

۹ اگر هر زاویه داخلی یک n ضلعی منتظم فقط ۲ درجه کمتر از هر زاویه داخلی یک $n + 2$ ضلعی منتظم باشد، n کدام است؟

۲۲ (۴)

۲۰ (۳)

۱۸ (۲)

۱۶ (۱)

۱۰ در دوزنقه‌ای با طول قاعده‌های ۸ و ۱۲ و ارتفاع ۱۰ واحد، مساحت مثلث محدود به دو قطر و یک ساق آن، چند واحد مربع است؟

۲۸ (۴)

۲۴ (۳)

۲۰ (۲)

۱۸ (۱)

۱۱) طول ساق یک مثلث متساوی الساقین $\sqrt{۸۵}$ و طول قاعده آن ۱۲ است. مساحت مثلث کدام است؟

۴۸ (۴)

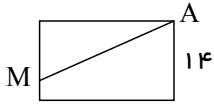
$۳۰\sqrt{۲}$ (۳)

۴۲ (۲)

$۲۴\sqrt{۳}$ (۱)

۱۲) در شکل زیر، پاره خط AM مساحت مستطیل را به دو جزء با نسبت مساحت‌های $\frac{۵}{۹}$ تقسیم کرده است. اگر طول قطر مستطیل ۲۵ واحد باشد،

پاره خط AM چند واحد است؟



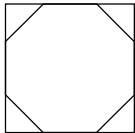
$۱۰\sqrt{۶}$ (۴)

$۹\sqrt{۷}$ (۳)

۲۳ (۲)

۲۱ (۱)

۱۳) در شکل مقابل، مساحت مربع ۲ واحد مربع است. مساحت هشت ضلعی منتظم کدام است؟



$۲(۲ - \sqrt{۲})$ (۴)

$۲(\sqrt{۲} - ۱)$ (۳)

$۴(۲ - \sqrt{۲})$ (۲)

$۴(\sqrt{۲} - ۱)$ (۱)

۱۴) در مثلث ABC از نقطه تلاقی میانه‌ها، دو خط موازی با اضلاع AB و AC رسم کرده، تا ضلع BC را در نقاط D و E قطع کنند. اگر

$BC = ۲۴$ باشد، اندازه DE کدام است؟

۸ (۴)

$۷,۵$ (۳)

$۷,۲$ (۲)

۶ (۱)

۱۵) در مثلث ABC از نقطه D محل تلاقی نیمساز داخلی زاویه $\hat{A}$ با ضلع BC ، خطوطی موازی دو ضلع دیگر رسم می‌کنیم تا آن‌ها را در M و N

قطع کند، AD و MN نسبت به هم چه وضعی دارند؟

(۳) زاویه بین آنها مکمل زاویه A است. (۴) عمود منصف هم

(۲) فقط منصف هم

(۱) فقط عمود بر هم

۱۶) طول ضلع یک مربع برابر محیط مثلث قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین به ضلع قائم ۲ واحد است. با حذف گوشه‌های این مربع، بزرگ‌ترین هشت

ضلعی منتظم ممکن داخل آن ساخته شده است. مساحت این هشت ضلعی کدام است؟

$۱۶ + ۱۶\sqrt{۲}$ (۴)

$۲۴ + ۸\sqrt{۲}$ (۳)

$۲۴\sqrt{۲}$ (۲)

۳۲ (۱)

۱۷) مربعی در داخل مثلث قائم‌الزاویه متساوی الساقین طوری محاط شده است که دو ضلع آن بر ضلع زاویه قائمه آن مثلث و یک رأس آن واقع بر

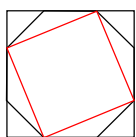
وتر است. مساحت مثلث چند برابر مساحت مربع است؟

$\frac{۳}{۲}$ (۴)

$\sqrt{۳}$ (۳)

$\sqrt{۲}$ (۲)

۲ (۱)



۱۸) در شکل مقابل اندازه طول اضلاع هشت ضلعی منتظم ۲ واحد است. مساحت مربع کوچک چند واحد مربع است؟

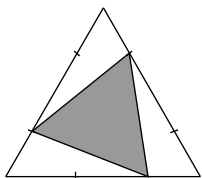
$۸(۲ + \sqrt{۲})$ (۴)

$۸(۱ + \sqrt{۲})$ (۳)

$۴(۲ + \sqrt{۲})$ (۲)

$۴(۱ + \sqrt{۲})$ (۱)

۱۹) هر ضلع مثلث متساوی الاضلاع به نسبت‌های ۱ و ۲ تقسیم شده است. مساحت مثلث سایه زده، چند برابر مساحت مثلث متساوی الاضلاع است؟



$\frac{1}{۲}$ (۲)

$\frac{1}{۴}$ (۱)

$\frac{1}{۳}$ (۴)

$\frac{۴}{۹}$ (۳)

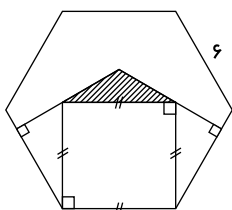
۲۰) در شش ضلعی منتظم زیر، مساحت ناحیه هاشور خورده چند سانتی‌متر مربع است؟

$۲\sqrt{۳}$ (۲)

$۳\sqrt{۳}$ (۱)

۲ (۴)

۳ (۳)



۲۱) از بین مثلث‌هایی که در ضلع ثابت $AB = ۱۶$ مشترک و مساحت هر یک از آنان ۴۸ واحد مربع باشد، کمترین مقدار محیط کدام است؟

۳۲ (۴)

۳۶ (۳)

۳۴ (۲)

۳۸ (۱)

۲۲ در دوزنقه متساوی الساقین با زاویه 60° درجه، قاعده کوچکتر برابر ساق آن است. اگر محیط این دوزنقه 30 واحد باشد، مساحت آن کدام است؟

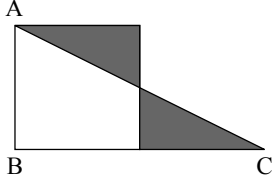
۵۴ (۴)

۴۸ (۳)

$27\sqrt{3}$ (۲)

$24\sqrt{3}$ (۱)

۲۳ در مثلث قائم الزاویه ABC ، بر روی ضلع AB مربعی ساخته شده است. اگر دو مثلث سایه زده هم‌نهشت باشند، مساحت دوزنقه چند برابر مساحت مربع است؟



$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{5}{9}$ (۱)

$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

۲۴ در مثلث قائم الزاویه ABC که $\hat{A} = 90^\circ$ و $\frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ است، ارتفاع AH و میانه AM رسم می‌کنیم. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث AMH است؟

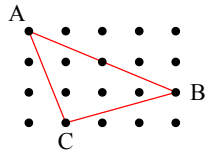
۱۴ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۷ (۱)

۲۵ در شکل روبه‌رو، فاصله هر دو نقطه متوالی به صورت افقی و عمودی برابر واحد است. طول ارتفاع وارِد بر بزرگ‌ترین ضلع مثلث کدام است؟



$\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۴)

$\sqrt{5}$ (۳)

$\frac{2\sqrt{5}}{3}$ (۲)

$2\sqrt{2}$ (۱)

۲۶ از چهار رأس یک چهارضلعی، خط‌های موازی قطر‌ها رسم می‌کنیم. از تلاقی این خطوط یک چهارضلعی حاصل می‌شود. نسبت مساحت چهارضلعی اول به مساحت چهارضلعی حاصل شده کدام است؟

$\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

۲۷ در یک متوازی الاضلاع، وسط دو ضلع غیر موازی را به هم وصل می‌کنیم. متوازی الاضلاع به دو قسمت نامساوی تقسیم می‌شود. مساحت قسمت بزرگ‌تر چند برابر مساحت قسمت کوچک‌تر است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۲۸ یک n ضلعی محدب حداکثر چند زاویه حاده داخلی می‌تواند داشته باشد؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۲۹ در مثلث ABC دو ارتفاع AH و BH' را رسم کرده ایم. در این صورت $\frac{AH}{BH'}$ برابر کدام است؟

$\frac{BC^2}{AC^2}$ (۴)

$\frac{BC}{AC}$ (۳)

$\frac{AC^2}{BC^2}$ (۲)

$\frac{AC}{BC}$ (۱)

۳۰ در مثلث دلخواه ABC ، کدام یک از خطوط زیر، سطح مثلث را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند؟

عمود منصف BC (۴)

ارتفاع وارِد از رأس A (۳)

نیمساز زاویه A (۲)

میانه وارِد از رأس A (۱)

۳۱ یک زاویه دوزنقه قائم الزاویه‌ای 45° است. اگر طول ارتفاع و قاعده کوچک، هر دو برابر ۶ باشند، آنگاه مساحت دوزنقه کدام است؟

۴۵ (۴)

۵۰ (۳)

۵۴ (۲)

۶۰ (۱)

۳۲ در یک مستطیل وسط‌های اضلاع را به‌طور متوالی به هم وصل می‌کنیم. نسبت مساحت مستطیل به مساحت شکل حاصل کدام است؟

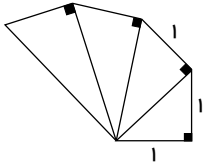
۳ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳)

۲ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

۳۳) مثلث‌های قائم‌الزاویه که در یک رأس مشترک هستند و اندازه یک ضلع قائم آنها ۱ واحد است، چنان رسم می‌شوند که ضلع قائم دیگر آنها وتر مثلث قبلی است. مساحت نهمین مثلث کدام است؟



۴ $\frac{3}{2}$

۳ $\sqrt{2}$

۲ $\frac{5}{4}$

۱ $\frac{3}{4}$

۳۴) در مثلث ABC ، میانه‌های رسم شده از رأس‌های B و C بر هم عمودند. اگر طول میانه رسم شده از رأس C برابر $\frac{4}{5}$ و مساحت این مثلث برابر ۱۸ باشد، نسبت طول میانه‌های رسم شده از دو رأس B و C کدام است؟

۴ $\frac{4}{3}$

۳ $\frac{5}{3}$

۲ $\frac{19}{9}$

۱ $\frac{17}{9}$

۳۵) در یک مستطیل، خط‌هایی از دو رأس مقابل بر یک قطر عمود می‌شوند و آن قطر به سه قسمت طوری تقسیم می‌شود که قسمت وسط دو برابر هریک از قسمت‌های کناری است. مساحت این مستطیل چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث ایجاد شده در مستطیل است؟

۴ ۸

۳ ۱۲

۲ ۱۶

۱ ۲۴

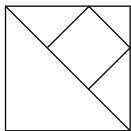
۳۶) اندازه اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای، به صورت $x+1$ ، $2x+1$ و $2x+3$ است. مساحت این مثلث، کدام است؟

۴ ۳۹

۳ ۴۵

۲ ۵۶

۱ ۶۰



۳۷) در شکل مقابل هر دو چهارضلعی مربع‌اند. مساحت مربع بزرگ‌تر چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث‌ها است؟

۲ ۱۶

۱ ۱۲

۴ ۲۴

۳ ۱۸

۳۸) کدام یک از تعاریف زیر، تعریف لوزی نیست؟

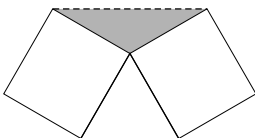
۲) متوازی الاضلاعی که اقطارش بر هم عمودند.

۱) متوازی الاضلاعی که اضلاعش باهم مساوی‌اند.

۴) متوازی الاضلاعی که قطرهاش نیمساز زوایا هستند.

۳) متوازی الاضلاعی که اقطارش منصف یکدیگرند.

۳۹) در یک مثلث متساوی‌الاضلاع، بر روی دو ضلع آن دو مربع ساخته شده است. مساحت مثلث سایه زده، چند برابر مساحت مثلث اصلی است؟



۲ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

۱ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۴ $\sqrt{3}$

۳ ۱

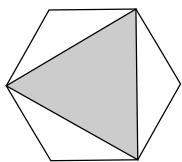
۴۰) اگر طول ضلع شش ضلعی منتظم شکل روبه‌رو ۴ واحد باشد، مساحت مثلث سایه زده چند واحد مربع است؟

۲ $16\sqrt{2}$

۱ $12\sqrt{3}$

۴ $18\sqrt{2}$

۳ $16\sqrt{3}$



۴۱) در دوزنقه قائم‌الزاویه‌ای، اندازه نسبت دو قاعده $\frac{2}{3}$ است. اگر وسط قاعده کوچک را به وسط ساق قائمه وصل کنیم، مساحت مثلث حاصل چند برابر مساحت دوزنقه اصلی است؟

۴ $\frac{1}{6}$

۳ $\frac{1}{8}$

۲ $\frac{1}{9}$

۱ $\frac{1}{10}$

۴۲) در یک مثلث متساوی‌الساقین، اندازه قاعده ۱۶ و اندازه میانه وارد بر آن، نصف قاعده است. اندازه میانه نظیر هر ساق کدام است؟

۴ $4\sqrt{10}$

۳ $6\sqrt{5}$

۲ $\frac{7}{2}\sqrt{10}$

۱ $\frac{11}{2}\sqrt{5}$

۴۳) در بین مثلث‌هایی با مساحت ۳۰ واحد مربع که در ضلعی به اندازه ۱۵ واحد مشترک هستند، کمترین مقدار محیط کدام است؟

۴ ۳۶

۳ ۳۴

۲ ۳۲

۱ ۳۰

۴۴ در یک n ضلعی، با کم شدن یک ضلع، ۱۶ قطر از تعداد قطرهای آن کم می‌شود. اگر دو ضلع کم شود، چند قطر از تعداد قطرهای کم می‌شود؟

۳۳ (۴)

۳۲ (۳)

۳۱ (۲)

۳۰ (۱)

۴۵ در پنج ضلعی منتظم $ABCDE$ ، اگر دو قطر BD و CE یکدیگر را در M قطع کنند، چهارضلعی $ABME$ کدام است؟

دورنقه‌ی متساوی الساقین (۴)

مربع (۳)

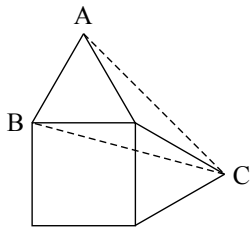
مستطیل (۲)

لوزی (۱)

۴۶ در داخل مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین، بزرگ‌ترین مربع ممکن را قرار می‌دهیم. نسبت مساحت این مربع به مساحت مثلث مفروض چقدر است؟

 $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۱)

۴۷ در خارج یک مربع به ضلع ۲ واحد بر روی هر دو ضلع مجاور آن، مثلث متساوی‌الاضلاع ساخته شده است، مساحت مثلث ABC کدام است؟



۴ (۱)

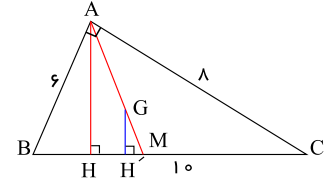
 $2\sqrt{3}$ (۲) $2 + \sqrt{3}$ (۳) $1 + \sqrt{3}$ (۴)

پاسخ نامه تشریحی

۱ طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 \rightarrow BC = 10$$

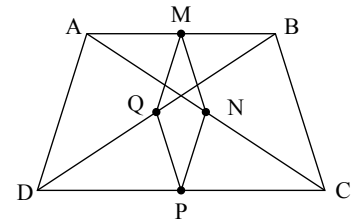
حال اگر G مرکز ثقل مثلث باشد و از G عمود GH' را بر BC وارد کنیم، آنگاه داریم:



۲ مطابق شکل داریم:

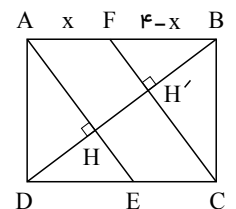
$$\left. \begin{array}{l} \text{نتیجه تالس} \\ M \text{ وسط } AB \\ Q \text{ وسط } BD \end{array} \right\} \rightarrow MQ = \frac{1}{2} AD$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{نتیجه تالس} \\ M \text{ وسط } AB \\ N \text{ وسط } AC \end{array} \right\} \rightarrow MN = \frac{1}{2} BC$$



از طرفی چهارضلعی $MNPQ$ لوزی است پس $MN = MQ$ بنابراین $AD = BC$.

۳ مطابق شکل داریم:



$$\triangle ABD : AB^2 + AD^2 = BD^2 \rightarrow 4^2 + 3^2 = BD^2 \rightarrow BD = 5$$

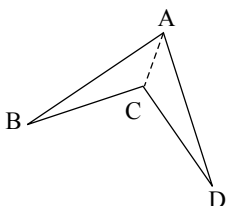
$$\triangle ABD : AD^2 = DH \times BD \rightarrow 9 = DH \times 5 \rightarrow \begin{cases} DH = \frac{9}{5} \\ BH' = \frac{9}{5} \end{cases}$$

$$\rightarrow HH' = BD - DH - BH' = 5 - \frac{9}{5} - \frac{9}{5} = \frac{7}{5}$$

$$\triangle ABH : FH' \parallel AH \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BF}{AB} = \frac{BH'}{BH} \rightarrow \frac{4-x}{4} = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{16}{5}} = \frac{9}{16} \rightarrow 16 - 4x = 9 \rightarrow x = \frac{7}{4}$$

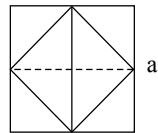
$$S_{AFCE} = AD \times AF = 3 \times x = 3 \times \frac{7}{4} = \frac{21}{4} = 5,25$$

۴ مثال نقض برای گزینه ۴: با رسم قطر AC دو ناحیه محدب ABC و ACD به وجود آمده، اما خود $ABCD$ محدب نیست.



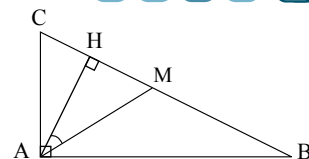
۵ قطرهای مربع کوچک برابر اضلاع مربع اصلی هستند. داریم:

$$\frac{S}{S'} = \frac{a \times a}{\frac{a \times a}{2}} = 2$$



با فرض $\hat{C} > \hat{B}$ مطابق شکل داریم:

$$H\hat{A}M = |\hat{B} - \hat{C}| \Rightarrow \begin{cases} 26^\circ = \hat{C} - \hat{B} \\ 90^\circ = \hat{B} + \hat{C} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{C} = 58^\circ \\ \hat{B} = 32^\circ \end{cases}$$



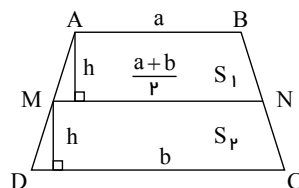
تذکر: در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، طول میانه وارد بر وتر، نصف طول وتر است، بنابراین داریم:

$$\triangle AMC : AM = CM \Rightarrow C\hat{A}M = \hat{C}$$

$$H\hat{A}M = C\hat{A}M - C\hat{A}H = \hat{C} - (90^\circ - \hat{C}) = \hat{C} - \hat{B} = 58^\circ - 32^\circ = 26^\circ$$

می‌دانیم طول پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق دوزنقه را به هم وصل می‌کند، برابر میانگین طول دو ساق است، پس با توجه به شکل و فرض داریم:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{(\frac{a+b}{2} + a)}{2} \times h}{\frac{(\frac{a+b}{2} + b)}{2} \times h} = \frac{3}{5}$$



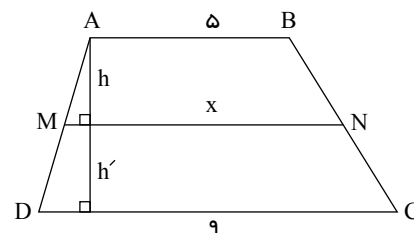
$$\Rightarrow \frac{3a + b}{3b + a} = \frac{3}{5} \Rightarrow 15a + 5b = 9b + 3a \Rightarrow 12a = 4b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{3}$$

مطابق شکل و فرض سؤال داریم:

$$S_{ABNM} = S_{MNCD} \Rightarrow \frac{1}{2}h(\delta + x) = \frac{1}{2}h'(\eta + x) \Rightarrow \frac{\eta + x}{\delta + x} = \frac{h}{h'} \Rightarrow \frac{h + h'}{h'} = \frac{14 + 2x}{\delta + x} \quad (1)$$

$$S_{MNCD} = \frac{1}{2}S_{ABCD} \Rightarrow \frac{1}{2}h'(x + \eta) = \frac{1}{2} \frac{(h + h')(\delta + \eta)}{2} \Rightarrow \frac{x + \eta}{\eta} = \frac{h + h'}{h'} \xrightarrow{(1)} \frac{x + \eta}{\eta} = \frac{14 + 2x}{\delta + x}$$

$$\Rightarrow x^2 + 14x + 4\delta = 9\delta + 14x \Rightarrow x^2 = 9\delta - 4\delta = 5\delta \Rightarrow x = \sqrt{5\delta}$$



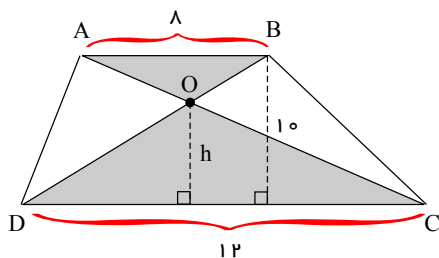
طبق فرض داریم:

$$\frac{(n + 2 - 2) \times 180}{n + 2} - \frac{(n - 2) \times 180}{n} = 2 \Rightarrow \frac{180n}{n + 2} - \frac{180n}{n} + \frac{360}{n} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{180n^2 - 180n(n + 2)}{n(n + 2)} + \frac{360}{n} = 2 \Rightarrow \frac{180n^2 - 180n^2 - 360n}{n(n + 2)} + \frac{360}{n} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{360}{n} - \frac{360}{n + 2} = 2 \Rightarrow n(n + 2) = 360 \Rightarrow \begin{cases} n = 18 \text{ قی} \\ n = -20 \text{ غ قی} \end{cases}$$

دو مثلث OAB و OCD متشابه هستند. بنابراین نسبت ارتفاعها با نسبت اضلاع، مساوی است. داریم:



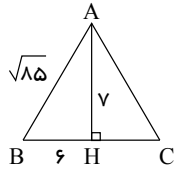
$$\frac{h}{10 - h} = \frac{12}{8} \Rightarrow \frac{h}{10 - h} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2h = 30 - 3h \Rightarrow 5h = 30 \Rightarrow h = 6$$

$$S_{\triangle OBC} = S_{\triangle BCD} - S_{\triangle OCD} = \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 12\right) - \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 12\right) = 60 - 36 = 24$$

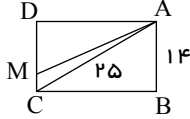
در مثلث متساوی الساقین ارتفاع وارد بر قاعده، میانه هم می‌باشد. داریم:

$$\triangle ABH : AH = \sqrt{85 - 6^2} = 7$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 7 \times 12 = 42$$



ابتدا با استفاده از روابط محاسبه مساحت مثلث و مستطیل، طول DM را محاسبه می‌کنیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۲)



$$\frac{S_{\triangle AMD}}{S_{ABCM}} = \frac{5}{9} \xrightarrow[\text{در مخرج}]{\text{ترکیب}} \frac{S_{\triangle AMD}}{S_{ABCD}} = \frac{5}{14} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} \times DM \times AD}{AD \times AB} = \frac{5}{14} \Rightarrow \frac{DM}{14} = \frac{5}{14} \Rightarrow DM = 10$$

حال با استفاده از قضیه فیثاغورس، ابتدا طول AD و سپس طول AM را به دست می‌آوریم:

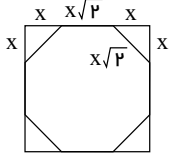
$$\triangle ACD : AC^2 = AD^2 + CD^2 \Rightarrow 25^2 = AD^2 + 14^2 \Rightarrow AD^2 = 625 - 196 = 429$$

$$\triangle AMD : AM^2 = AD^2 + DM^2 \Rightarrow AM^2 = 429 + 100 = 529 \Rightarrow AM = 23$$

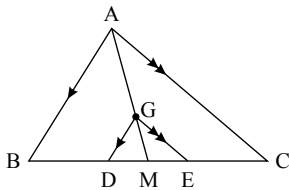
S_1 مساحت مربع و S_7 مساحت هشت ضلعی منتظم و a طول ضلع مربع می‌باشد. داریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۳)

$$S_1 = 2 \Rightarrow a = \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{2} = 2x + \sqrt{2}x \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} \times \frac{2 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} - 2}{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2} - 1 \Rightarrow S_7 = 2 - 4 \left(\frac{1}{2} x^2 \right) = 2 - 2x^2 = 4\sqrt{2} - 4 = 4(\sqrt{2} - 1)$$



(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۴) از آنجا که $\frac{GM}{AM} = \frac{1}{3}$ و $GD \parallel AB$ ، از قضیه تالس می‌توان نتیجه گرفت که $\frac{GD}{AB} = \frac{1}{3}$.

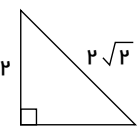
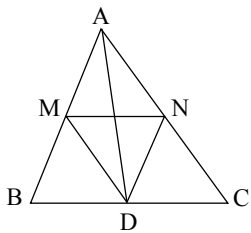


اضلاع مثلث GDE ، نظیر به نظیر با اضلاع مثلث ABC موازی‌اند، پس $\triangle GDE \sim \triangle ABC$ و نسبت تشابه برابر است با $\frac{GD}{AB} = \frac{1}{3}$ ، پس:

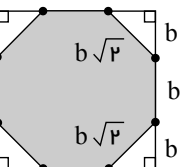
$$\frac{DE}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{DE}{24} = \frac{1}{3} \Rightarrow DE = 8$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۵) مطابق شکل، AN موازی MD و AM موازی ND است پس چهارضلعی $AMDN$ متوازی الاضلاع است و چون AD قطر آن، نیمساز زاویه‌های آن نیز

است، پس چهارضلعی لوزی است؛ در نتیجه قطرهای آن یعنی AD و MN ، عمود منصف یکدیگرند.



$$2 \rightarrow \text{ضلع مربع} = x = 2 + 2 + 2\sqrt{2} = 4 + 2\sqrt{2}$$



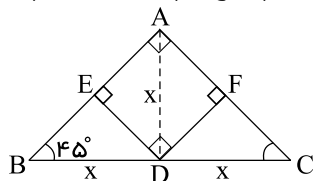
$$b\sqrt{2} \rightarrow 2b + b\sqrt{2} = 4 + 2\sqrt{2} \rightarrow b = 2$$

با توجه به شکل، از گوشه‌های مربع، چهار مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین جدا کرده‌ایم:

مساحت هشت ضلعی منتظم برابر است با مساحت مربع، منهای مساحت ۴ مثلث، پس:

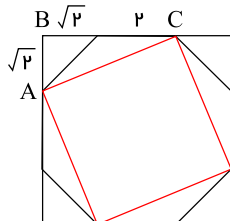
$$S = x^2 - 4\left(\frac{b \times b}{2}\right) = (4 + 2\sqrt{2})^2 - 2b^2 = 16 + 8 + 16\sqrt{2} - 8 = 16 + 16\sqrt{2}$$

۱۷) مطابق شکل، از A به D وصل می‌کنیم. دو مثلث ABC ، قطر AD ، هم میانه، هم ارتفاع و هم نیمساز است. داریم:



$$\frac{S_{\triangle}}{S_{\square}} = \frac{\frac{1}{2}AD \times BC}{\frac{1}{2} \times (AD)^2} = \frac{\frac{1}{2}x \times 2x}{\frac{1}{2} \times x^2} = 2$$

۱۸) در هر یک از ۴ مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین، طو وتر برابر ۲ است. پس طول ضلع قائمه آن $\sqrt{2}$ است. پس در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:



$$\begin{cases} AB = \sqrt{2} \\ AC = 2 + \sqrt{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{پیتاگورس}} AC^2 = (\sqrt{2})^2 + (2 + \sqrt{2})^2$$

$$S = AC^2 = 2 + (4 + 2 + 4\sqrt{2}) = 8 + 4\sqrt{2} = 4(2 + \sqrt{2})$$

مساحت مربع کوچک برابر AC^2 است، پس:

۱۹) ۱ ۲ ۳ ۴

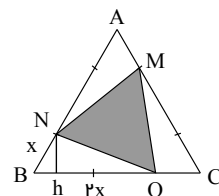
روش اول: مساحت مثلث‌های سفید برابر است با:

$$S = 3 \times \frac{h \times 2x}{2} = 3hx$$

$$S(MNO) = S(ABC) - 3S(MCO) = \frac{3h \times 3x}{2} - 3hx = \frac{3hx}{2}$$

$$S(ABC) = \frac{3h \times 3x}{2} = \frac{9hx}{2} \rightarrow \frac{S(MNO)}{S(ABC)} = \frac{\frac{3hx}{2}}{\frac{9hx}{2}} = \frac{1}{3}$$

مساحت مثلث هاشورخورده برابر است با:



روش دوم: مساحت هر یک از مثلث‌های سفید برابر است با:

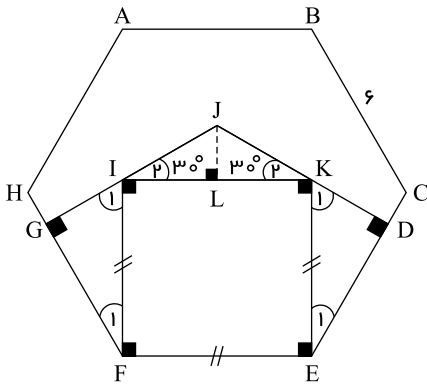
$$S_1 = \frac{1}{2}(x)(2x) \sin 60^\circ$$

$$S = \frac{1}{2}(3x)(3x) \sin 60^\circ$$

مساحت کل مثلث ABC برابر است با:

بنابراین مساحت هر مثلث سفید $\frac{2}{9}$ مساحت کل مثلث است.

$$\text{مساحت سایه زده} = \text{مساحت مثلث‌های سفید} - (\text{مساحت کل}) = S - \left(\frac{2}{9}S + \frac{2}{9}S + \frac{2}{9}S\right) = \frac{1}{3}S$$



$$\text{اندازه هر زاویه داخلی شش ضلعی منتظم} = \frac{180^\circ(n-2)}{n} = \frac{180^\circ(6-2)}{6} = 120^\circ$$

$$\hat{E}_1 = \hat{F}_1 = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{K}_1 = \hat{I}_1 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{I}_r = \hat{K}_r = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

مثلث IJK متساوی الساقین است بنابراین ارتفاع JL ، میانه نیز است و داریم:

$$IL = LK = \frac{IK}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\triangle JIL: \tan 30^\circ = \frac{JL}{IL} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{JL}{3} \rightarrow JL = \sqrt{3}$$

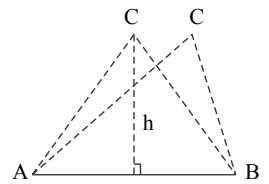
$$S_{\triangle IJK} = \frac{1}{2} JL \times IK = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 6 = 3\sqrt{3}$$

$$S = 48 = \frac{1}{2} \times 16 \times h \Rightarrow h = 6$$

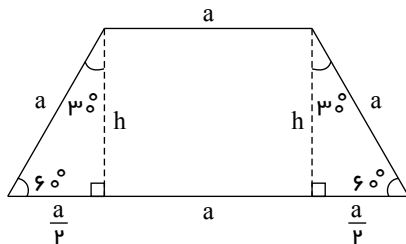
اگر $AC + BC$ مینیمم شود، باید $AC = BC$ یعنی C روی عمود منصف AB است. به صورت شکل زیر:

$$AC^2 = AH^2 + CH^2 \Rightarrow AC^2 = 8^2 + 6^2 = 100 \Rightarrow AC = 10 = BC$$

$$\triangle ABC \text{ محیط} = 10 + 10 + 16 = 36$$



در مثلث قائم الزاویه، ضلع روبرو به زاویه 30° نصف وتر است $(\frac{a}{2})$.



مطابق شکل و فرض داریم:

$$\text{محیط} = 30 \rightarrow a + a + a + a + \frac{a}{2} + \frac{a}{2} = 30 \rightarrow 5a = 30 \rightarrow a = 6$$

$$\sin 60^\circ = \frac{h}{a} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{6} \rightarrow h = 3\sqrt{3}$$

قاعده کوچک دوزنقه برابر ۶ و قاعده بزرگ آن برابر ۱۲ و ارتفاع آن $3\sqrt{3}$ است، پس مساحت آن برابر می شود با:

$$S = \frac{\text{ارتفاع (قاعده بزرگ + قاعده کوچک)}}{2} = \frac{(6 + 12)(3\sqrt{3})}{2} = 27\sqrt{3}$$

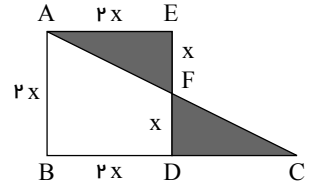
۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳ ضلع مربع را برابر با $2x$ در نظر می گیریم. با توجه به هم نهشتی دو مثلث AEF و CDF می توان گفت:

$$EF = DF = x$$

طبق روابط محاسبه مساحت دوزنقه و مربع داریم:

$$\frac{\text{مساحت دوزنقه}}{\text{مساحت مربع}} = \frac{\frac{1}{2}BD(AB + DF)}{AB^2} = \frac{\frac{1}{2}(2x)(2x + x)}{(2x)^2} = \frac{3x^2}{4x^2}$$

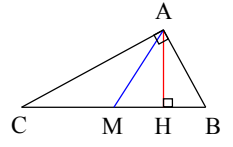
$$\Rightarrow \frac{\text{مساحت دوزنقه}}{\text{مساحت مربع}} = \frac{3}{4}$$



با فرض $AB = \sqrt{3}$ و $AC = 2$ داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow 3 + 4 = BC^2 \Rightarrow BC = \sqrt{7}$$

$$AH \cdot BC = AB \cdot AC \Rightarrow \sqrt{7}AH = 2\sqrt{3} \Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$



در مثلث قائم الزاویه، میانه وارد بر وتر نصف وتر است. بنابراین:

$$AM = BM = MC = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

$$\triangle AHM : AH^2 + HM^2 = AM^2 \Rightarrow \frac{12}{7} + HM^2 = \frac{7}{4} \Rightarrow HM^2 = \frac{7}{4} - \frac{12}{7} = \frac{1}{28}$$

$$\Rightarrow HM = \frac{1}{\sqrt{28}} = \frac{1}{2\sqrt{7}}$$

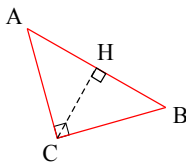
$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AMH}} = \frac{\frac{1}{2}AH \times BC}{\frac{1}{2}AH \times MH} = \frac{BC}{MH} = \frac{\sqrt{7}}{\frac{1}{2\sqrt{7}}} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AMH}} = 14$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵

روش اول: طبق فرمول پیک داریم:

$$\begin{cases} S = \frac{b}{2} + i - 1 \\ b = i = 4 \end{cases} \Rightarrow S = \frac{4}{2} + 4 - 1 = 5$$

$$h = \frac{2S}{a} \Rightarrow h = \frac{2 \times 5}{2\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$



طول بزرگ‌ترین ضلع مثلث برابر $\sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ است، پس طول ارتفاع وارد بر بزرگ‌ترین ضلع برابر می‌شود با:

$$\begin{cases} AC = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10} \\ BC = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10} \\ AB = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \end{cases}$$

$$\triangle ABC : AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow AB : \text{بزرگ‌ترین ضلع}$$

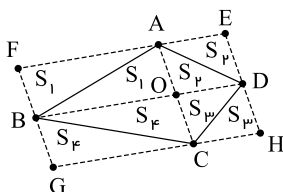
روش دوم: از قضیه فیثاغورس استفاده می‌کنیم:

طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاویه ABC داریم:

$$CB \times AC = CH \times AB \Rightarrow \sqrt{10} \times \sqrt{10} = CH \times 5 \Rightarrow CH = \sqrt{5}$$

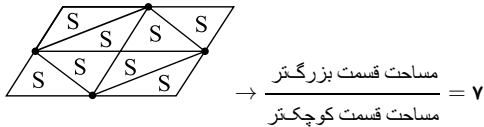
هر کدام از چهار ضلعی های $AEDO$ و $AFBO$ و $BOCG$ و $ODHC$ متوازی الاضلاع‌اند و اضلاع چهار ضلعی $ABCD$ اقطار آنها هستند و از آنجایی که ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

اقطار، مساحت را نصف می‌کنند، مساحت $ABCD$ نصف مساحت $EFGH$ است.

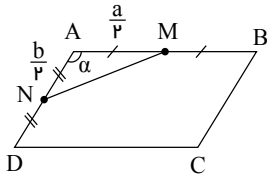


۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

روش اول: با توجه به شکل، در متوازی الاضلاع، اگر وسط اضلاع را به هم وصل کنیم، ۸ مثلث هم مساحت به دست می آید.



روش دوم:



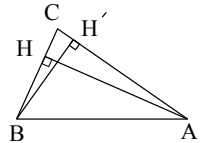
$$\rightarrow \begin{cases} S_{ABCD} = ab \sin \alpha \\ S_{AMN} = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{b}{2}\right) \sin \alpha = \frac{1}{8} ab \sin \alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{MBCDN} = S_{ABCD} - S_{AMN} = \frac{7}{8} ab \sin \alpha \rightarrow S_{MBCDN} = 7 S_{AMN}$$

۲۸ ۱ ۲ ۳ ۴ برای هر زاویه داخلی، یک زاویه خارجی وجود دارد که اگر زاویه داخلی حاده باشد، زاویه خارجی منفرجه است، حال اگر فرض کنیم ۴ زاویه داخلی حاده داشته باشیم، مجموع زوایای خارجی آن ها بزرگ تر از 360° می شود (همان طور که می دانید مجموع زوایای خارجی هر n ضلعی 360° است). پس حداکثر هر n ضلعی ۳ زاویه حاده دارد.

۲۹ ۱ ۲ ۳ ۴ مساحت مثلث را به کمک هر دو ارتفاع AH ، BH' به دست می آوریم:

$$S = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{BH' \times AC}{2} \Rightarrow \frac{AH}{BH'} = \frac{AC}{BC}$$



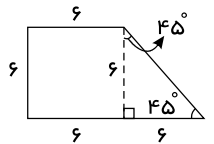
نکته: به طور کلی نسبت دو ارتفاع مثلث، عکس نسبت اضلاع متناظر آنهاست.

۳۰ ۱ ۲ ۳ ۴ میانه نظیر هر ضلع، مثلث را به دو مثلث هم مساحت تقسیم می کند.

۳۱ ۱ ۲ ۳ ۴

اگر ارتفاع دوزنقه را رسم کنیم، آنگاه دوزنقه به یک مربع و یک مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین تقسیم می شود. داریم:

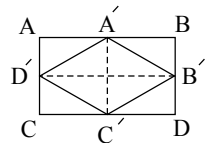
$$S = \frac{1}{2} (6 + 12) \times 6 = 54$$



۳۲ ۱ ۲ ۳ ۴ روش اول: چهار ضلعی حاصل یک لوزی است به طوری که اقطار این لوزی با اضلاع مستطیل برابرند. داریم:

$$S_{ABCD} \text{ مستطیل} = a \times b$$

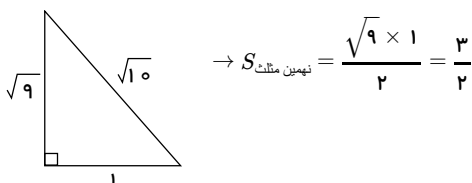
$$S_{A'B'C'D'} \text{ لوزی} = \frac{\text{قطر کوچک} \times \text{قطر بزرگ}}{2} = \frac{a \times b}{2}$$



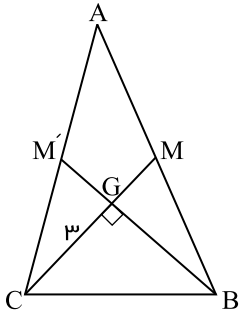
روش دوم: (نکته) اگر وسط های اضلاع یک چهار ضلعی را به هم وصل کنیم، مساحت چهار ضلعی حاصل، نصف مساحت چهار ضلعی اصلی است.

۳۳ ۱ ۲ ۳ ۴ اندازه وتر های مثلث های قائم الزاویه طبق قضیه فیثاغورس برابر $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{4}$ ، $\sqrt{5}$ ، $\sqrt{6}$ ، ... است.

بنابراین وتر مثلث نهم برابر $\sqrt{10}$ است و شکل آن به صورت روبه رو است.



۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴



$$CG = \frac{2}{3}CM = \frac{2}{3} \times 4.5 = 3$$

$$S_{\triangle BGC} = \frac{1}{3}S_{ABC} \rightarrow \frac{1}{2} \times 3 \times BG = \frac{1}{3} \times 18 \rightarrow BG = 4$$

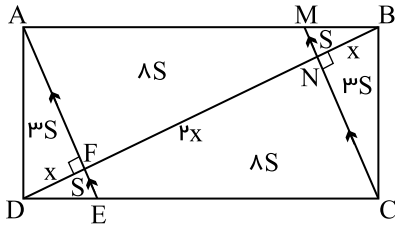
$$C \text{ و } B \text{ نسبت طول میانه‌های رسم شده از دو رأس } C \text{ و } B = \frac{BM'}{CM} = \frac{BG}{CG} = \frac{4}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۵

$$\text{فرض: } FN = 2BN = 2DF$$

$$BMN \sim BAF \rightarrow \frac{S_{\triangle BMN}}{S_{\triangle BAF}} = \left(\frac{BN}{BF}\right)^2 = \left(\frac{x}{3x}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$\rightarrow S_{\triangle BMN} = S, S_{\triangle BAF} = 9S, S_{AMNF} = 9S - S = 8S$$



می‌دانیم نسبت مساحت دو مثلث با ارتفاع‌های یکسان برابر است با نسبت قاعده‌هایشان؛ بنابراین:

$$\frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle AFB}} = \frac{FD}{FB} \rightarrow \frac{S_{\triangle ADF}}{9S} = \frac{x}{3x} \rightarrow S_{\triangle ADF} = 3S$$

به طریق مشابه می‌توان نشان داد:

$$S_{\triangle DFE} = S, S_{FECN} = 8S, S_{\triangle BCN} = 3S$$

$$\frac{S_{\text{مستطیل}}}{S_{\text{کوچکترین مثلث}}} = \frac{24S}{S} = 24S$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۶

طول اضلاع در قضیه فیثاغورس صدق می‌کنند، پس:

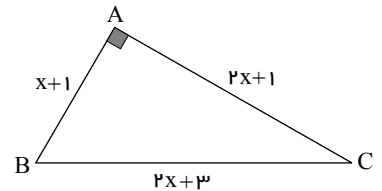
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \rightarrow (2x+3)^2 = (x+1)^2 + (2x+1)^2 \rightarrow 4x^2 + 12x + 9$$

$$= x^2 + 2x + 1 + 4x^2 + 4x + 1$$

$$x^2 - 6x - 7 = 0 \rightarrow (x-7)(x+1) = 0 \rightarrow x = 7$$

$$\rightarrow AB = x+1 = 7+1 = 8, AC = 2x+1 = 2 \times 7+1 = 15$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2} \times 8 \times 15 = 4 \times 15 = 60$$



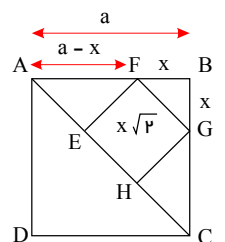
۱ ۲ ۳ ۴ ۳۷

مطابق شکل، ضلع مربع را a و همچنین $BF = BG = x$ در نظر می‌گیریم. داریم:

$$AEF : EF = \frac{\sqrt{2}}{2}AF \Rightarrow EF = \frac{(a-x)\sqrt{2}}{2}$$

با توجه به اندازه‌های روی شکل داریم:

$$EF = FG \Rightarrow \frac{(a-x)\sqrt{2}}{2} = x\sqrt{2} \Rightarrow a-x = 2x \Rightarrow x = \frac{a}{3}$$

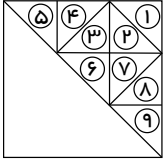


$$\begin{cases} \text{مساحت مربع بزرگ} = a^2 \\ \text{مساحت کوچکترین مثلث} = \frac{\frac{a}{3} \times \frac{a}{3}}{2} = \frac{a^2}{18} \end{cases}$$

بنابراین مساحت مربع ۱۸ برابر مساحت کوچکترین مثلث‌ها است.

روش دوم:

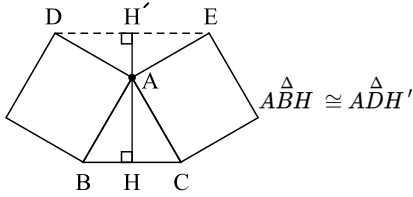
با تقسیم‌بندی شکل مقابل، نتیجه می‌گیریم که مربع ۱۸ برابر مثلث کوچک مساحت دارد.



۳۸ ۱ ۲ ۳ ۴ در همه متوازی الاضلاع‌ها، اقطار منصف یکدیگرند و این ویژگی مخصوص لوزی نیست.

۳۹ ۱ ۲ ۳ ۴

روش اول: زاویه رأس مثلث سایه‌زده شده 120° درجه است. اگر از رأس مشترک دو مثلث بر دو قاعده دو مثلث عمود رسم کنیم، هر یک از زوایای 60° و 120° نصف خواهند شد و مثلث‌های ایجاد شده با هم هم‌نهشت‌اند (به حالت تساوی وتر و زاویه حاده). در نتیجه مساحت دو مثلث با هم برابر است.

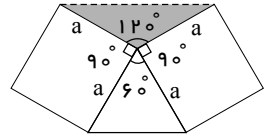


روش دوم: اگر طول ضلع متساوی الاضلاع را a در نظر بگیریم، آنگاه با توجه به فرض و شکل مقابل داریم:

$$S(\text{هاشور}) = \frac{1}{2}a^2 \sin 120^\circ = \frac{1}{2}a^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

$$S(\text{مثلث اصلی}) = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

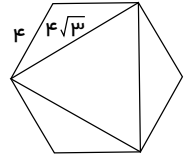
$$\Rightarrow \text{نسبت مساحت‌ها} = \frac{a^2 \frac{\sqrt{3}}{4}}{a^2 \frac{\sqrt{3}}{4}} = 1$$



۴۰ ۱ ۲ ۳ ۴ طول قطر کوچک یک شش ضلعی به ضلع a برابر $\sqrt{3}a$ است.

بنابراین مساحت مثلث متساوی الاضلاع هاشور خورده برابر می‌شود با:

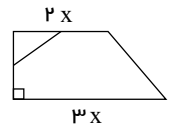
$$S_{\text{مثلث}} = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}(4\sqrt{3})^2 = 12\sqrt{3}$$



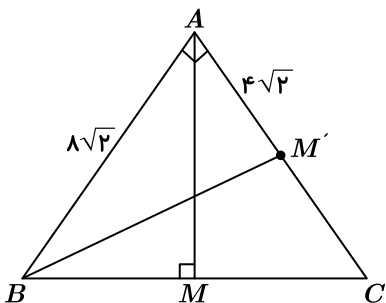
۴۱ ۱ ۲ ۳ ۴ قاعده کوچک را $2x$ و قاعده بزرگ را $3x$ در نظر می‌گیریم. اگر ارتفاع دوزنقه باشد، آنگاه $\frac{h}{2}$ ارتفاع مثلث است. داریم:

$$S_{\text{دوزنقه}} = \frac{1}{2}(3x + 2x)h = \frac{5}{2}x \times h \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{1}{2} \times 4}{\frac{5}{2} \times 2} = \frac{2}{5} = \frac{1}{1.5}$$

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2}x \times \frac{h}{2} = \frac{1}{4}xh$$



۴۲ ۱ ۲ ۳ ۴



$$AM = \frac{1}{2}BC \rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

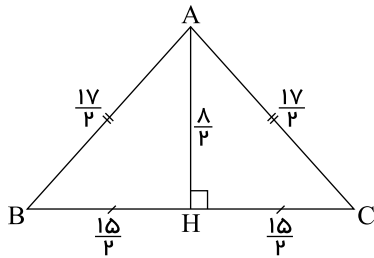
$$BM = MC = AM = 8$$

$$\triangle AMB : AB^2 = AM^2 + MB^2 = 8^2 + 8^2 \rightarrow AB = 8\sqrt{2}$$

$$AM' = M'C = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}(8\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}$$

$$\triangle ABM' : BM'^2 = (8\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2 = 128 + 32 = 160 \rightarrow BM = 4\sqrt{10}$$

کمترین مقدار محیط زمانی حاصل می شود که مثلث ABC متساوی الساقین ($AB = AC$) باشد. (۱) (۲) (۳) (۴) (۴۳)



$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AH \times BC \rightarrow 30 = \frac{1}{2}AH \times 15 \rightarrow AH = 4$$

$$\triangle ABH : AH \sqrt{\left(\frac{17}{2}\right)^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2} = \frac{15}{2}$$

$$\text{کمترین مقدار محیط} = 17 + 15 = 32$$

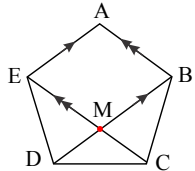
(۱) (۲) (۳) (۴) (۴۴)

$$\frac{n(n-3)}{2} - \frac{(n-1)(n-4)}{2} = 16 \rightarrow \frac{n^2 - 3n - (n^2 - 5n + 4)}{2} = 16$$

$$\rightarrow \frac{2n - 4}{2} = 16 \rightarrow n - 2 = 16 \rightarrow n = 18$$

$$\text{اختلاف تعداد قطرهای ۱۸ ضلعی و ۱۶ ضلعی} = \frac{18 \times (18-3)}{2} - \frac{16 \times (16-3)}{2} = 135 - 104 = 31$$

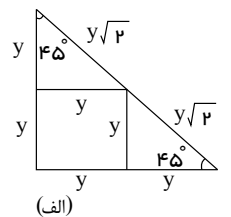
(۱) (۲) (۳) (۴) (۴۵)



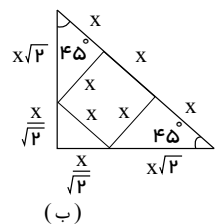
BD موازی AE و EC موازی AB است پس چهارضلعی $ABME$ متوازی الاضلاع است (رد گزینه ۴) و در آن نیز زاویه قائمه وجود ندارد (رد گزینه های ۲ و ۳).

به دو صورت زیر می توان مربع را داخل مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین قرار داد. (۱) (۲) (۳) (۴) (۴۶)

$$\text{الف) } \frac{S_{\text{مربع}}}{S_{\text{مثلث}}} = \frac{y^2}{\frac{1}{2}(2y)(2y)} = \frac{1}{2}$$



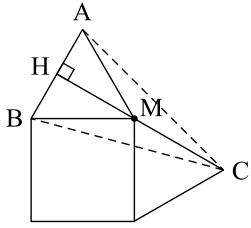
$$\text{ب) } \frac{S_{\text{مربع}}}{S_{\text{مثلث}}} = \frac{x^2}{\frac{1}{2}(x\sqrt{2} + \frac{x}{\sqrt{2}})^2} = \frac{x^2}{\frac{1}{2}(\frac{3x}{\sqrt{2}})^2} = \frac{x^2}{\frac{9}{4}x^2} = \frac{4}{9}$$



نسبت مساحت در حالت (الف) بیشتر است.

مطابق شکل، دو مثلث AMC و BMC با هم هم نهشت اند. اگر ارتفاع MH را بر ضلع AB وارد کنیم، سه نقطه C ، M و H در یک راستا خواهند بود و (۱) (۲) (۳) (۴) (۴۷)

داریم:



$$MH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3} \Rightarrow CH = 2 + \sqrt{3}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times CH = \frac{1}{2} \times 2 \times (2 + \sqrt{3}) = 2 + \sqrt{3}$$

مساحت مثلث ABC برابر می شود با:

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴

۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴

۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴

۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴