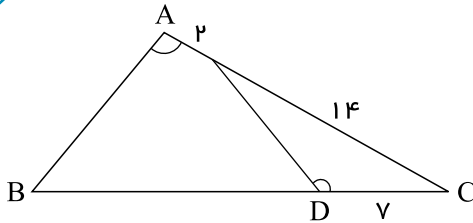




۱ در شکل مقابل $\hat{A} = \hat{D}$ ، طول BD چند واحد است؟



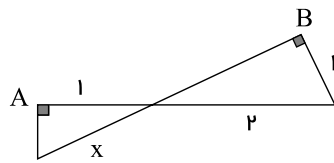
۲۳ (۲)

۲۵ (۴)

۲۲ (۱)

۲۴ (۳)

۲ در شکل مقابل دو زاویه A و B قائمه‌اند. مقدار x چقدر است؟



$\frac{2}{3}\sqrt{3}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{1}{2}\sqrt{3}$ (۱)

$\frac{4}{3}$ (۳)

۳ اندازه قاعده‌های یک دوزنقه ۶ و ۹ واحد و طول پاره‌خطی که دو نقطه وسط قاعده‌ها را به هم وصل کند برابر ۱۲ واحد است. فاصله نقطه تلاقی دو قطر این دوزنقه از وسط قاعده کوچکتر چقدر است؟

۵٫۴ (۴)

۴٫۸ (۳)

۴٫۲ (۲)

۳٫۶ (۱)

۴ اندازه دو ضلع قائم از مثلث قائم‌الزاویه‌ای ۲ و ۶ واحد است. عمود منصف وتر، امتداد ضلع کوچکتر را در M قطع می‌کند. فاصله M از نزدیک‌ترین رأس این مثلث چند واحد است؟

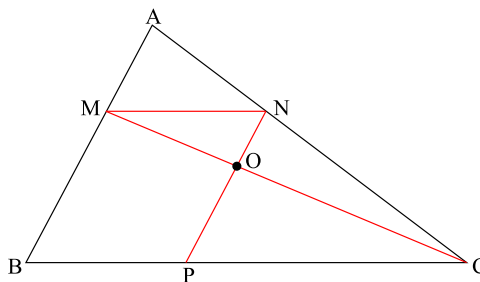
$\frac{25}{3}$ (۴)

$\sqrt{80}$ (۳)

۸ (۲)

۷٫۵ (۱)

۵ در شکل مقابل $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{5}$ و چهار ضلعی $MNPB$ متوازی‌الاضلاع است. مساحت مثلث OMN چند درصد مساحت مثلث AMN است؟



۶۳ (۱)

۶۰ (۲)

۷۰ (۳)

۸۴ (۴)

۶ کدام دو شکل الزاماً متشابه نیستند؟

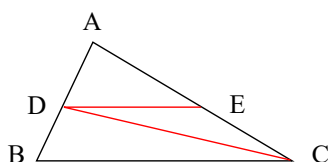
(۲) هر دو لوزی که یک زاویه برابر داشته باشند.

(۴) هر دو مستطیل

(۱) هر دو مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین

(۳) هر دو شش ضلعی منتظم

۷ در شکل مقابل، مساحت مثلث DEC شصت درصد مساحت مثلث ADE است. مساحت دوزنقه چند برابر مساحت مثلث ADE است؟



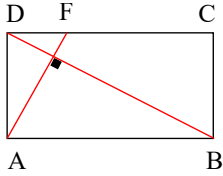
۱٫۴۴ (۲)

۱٫۶۴ (۴)

۱٫۳۶ (۱)

۱٫۵۶ (۳)

۸ در شکل زیر چهارضلعی $ABCD$ یک مستطیل است. F نقطه‌ای روی ضلع DC است به طوری که $AF \perp BD$ ، اگر $AB = 3AD$ باشد آنگاه DC چند برابر DF است؟

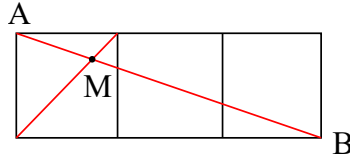


۹ (۲)

۸ (۱)

۶ (۴)

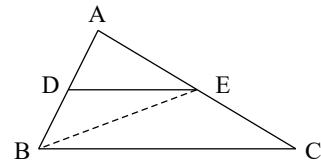
۴ (۳)



۹ در شکل مقابل سه مربع به اضلاع واحد کنار هم قرار دارند، فاصله MA چند برابر $\sqrt{10}$ است؟

 $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۱) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{2}{9}$ (۳)

۱۰ در مثلث ABC ، پاره خط DE موازی ضلع BC و $AD = \frac{4}{5}BD$ است. مساحت مثلث EBC چند برابر مساحت مثلث EBD است؟



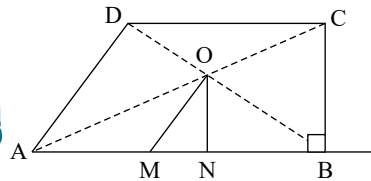
۲,۲۵ (۲)

۲ (۱)

۲,۷۵ (۴)

۲,۵ (۳)

۱۱ مطابق شکل زیر، از محل تلاقی قطرهای دوزنقه قائم‌الزاویه $ABCD$ ($\hat{B} = 90^\circ$)، پاره خط‌های OM و ON به ترتیب موازی با AD و BC رسم شده‌اند. نسبت $\frac{AM}{BN}$ کدام است؟



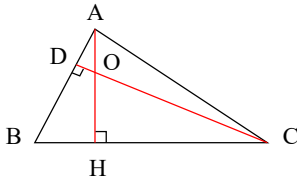
۲ (۲)

۱ (۱)

بزرگتر از ۱ و کوچکتر از ۲ (۴)

کوچکتر از ۱ (۳)

۱۲ در شکل مقابل AH و CD دو ارتفاع مثلث ABC هستند. اگر $DO = 5$ و $AD = OH = \frac{1}{3}OH = 12$ ، طول HC کدام است؟



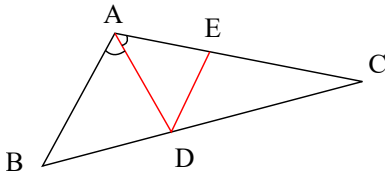
۱۷۰ (۲)

۱۶۵ (۱)

۱۸۰ (۴)

۱۷۵ (۳)

۱۳ در شکل مقابل AD نیمساز زاویه A است. اگر $DE \parallel AB$ ، اندازه EC کدام است؟



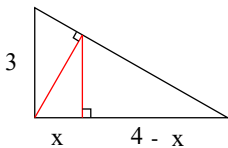
۱۲,۵ (۲)

۱۲ (۱)

۱۵ (۴)

۱۳,۵ (۳)

۱۴ در شکل مقابل، ارتفاع هر دو مثلث قائم‌الزاویه رسم شده است. اندازه x کدام است؟



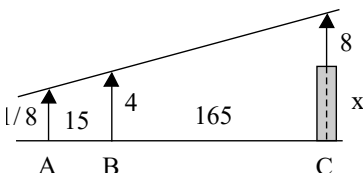
۱,۵۶ (۲)

۱,۹۶ (۱)

۱,۴۴ (۴)

۱,۶۴ (۳)

۱۵ در شکل مقابل دکلی به طول ۸ متر بر بالای برجی نصب شده است. دید چشمی ناظر به ارتفاع ۱,۸ متر از ارتفاع دکل و تیرک ۴ متری در یک راستا است، اگر فاصله شخص، تیرک و برج به صورت شکل مقابل باشد، بلندی برج چند متر است؟

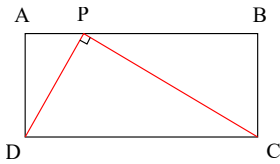


۲۰,۲ (۲)

۱۹,۸ (۱)

۲۱,۲ (۴)

۲۰,۸ (۳)



۱۶ در مستطیل شکل مقابل $\hat{P} = 90^\circ$ و $AP = BP = 9$ ، طول DP کدام است؟

۳√۳ (۲)

۵ (۱)

۶ (۴)

۴√۳ (۳)

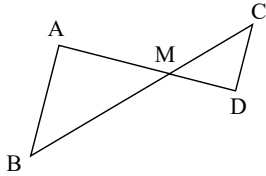
۱۷ مثلثی به اضلاع a و b و ۳ با مثلثی به طول اضلاع ۵ و ۴ و ۳ متشابه است. دو مثلث قابل انطباق نیستند، بیشترین محیط از مثلث اول کدام است؟

۷٫۲ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۱۳٫۵ (۱)



۱۸ در شکل مقابل $AB \parallel CD$ و $\frac{AM}{AD} = \frac{3}{5}$ می‌باشد. نسبت مساحت‌های دو مثلث در شکل کدام است؟

$\frac{2}{5}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

$\frac{9}{25}$ (۴)

$\frac{4}{9}$ (۳)

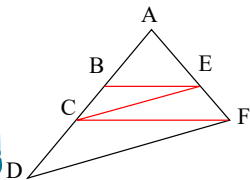
۱۹ طول اضلاع یک مثلث ۱۱ و ۵ و ۷ سانتی‌متر و طول کوچکترین ضلع مثلثی متشابه با مثلث اولی، $22/5$ سانتی‌متر است. محیط مثلث دوم کدام است؟

۱۰۳٫۵ (۴)

۱۰۳ (۳)

۱۰۲٫۵ (۲)

۱۰۲ (۱)



۲۰ در شکل مقابل $BE \parallel CF$ و $CE \parallel DF$ ، اگر $AB = 5$ و $BC = 3$ ، آنگاه اندازه CD کدام است؟

۴٫۸ (۲)

۴٫۵ (۱)

۵٫۶ (۴)

۵٫۴ (۳)

۲۱ مثلثی به اضلاع ۳ و ۵ و ۷ با مثلثی به اضلاع ۵ و x و y متشابه است. اگر $x, y > 5$ باشند مقدار $x + y$ کدام است؟

۲۱ (۴)

$\frac{61}{3}$ (۳)

۲۰ (۲)

$\frac{58}{3}$ (۱)

۲۲ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) اگر $AC = 2AB$ ، ارتفاع AH رسم شده است. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث ABH است؟

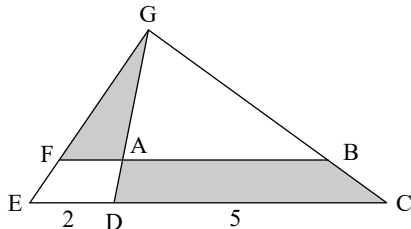
۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۲۳ در شکل زیر، $DG = 3DA$ و اندازه پاره‌های DE و DC ، به ترتیب، ۲ و ۵ واحد هستند. مساحت مثلث AFG ، چند درصد مساحت دوزنقه $ABCD$ است؟



۴۰ (۱)

۳۶ (۲)

۳۲ (۳)

۲۴ (۴)

۲۴ واسطه هندسی بین دو عدد $7^2 \times 5 \times 2^3$ و $11^2 \times 5^3 \times 2$ کدام عدد است؟

۸۷۰۰ (۴)

۸۵۰۰ (۳)

۷۸۰۰ (۲)

۷۷۰۰ (۱)

۲۵ اندازه محیط‌های دو مثلث متشابه به ترتیب ۱۵ و ۸ واحد است. اگر مساحت مثلث بزرگتر ۲۵ واحد مربع باشد، مساحت مثلث کوچکتر کدام است؟

$6\frac{2}{9}$ (۴)

$7\frac{2}{9}$ (۳)

$6\frac{1}{9}$ (۲)

$7\frac{1}{9}$ (۱)

۲۶ در یک مثلث قائم الزاویه از وسط وتر عمودی بر ضلع قائم فرود می آوریم تا مثلث جدیدی حاصل شود. مساحت مثلث اصلی چند برابر مساحت مثلث جدید است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

۲۷ در داخل یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع واحد، بزرگترین مربع ممکن را می سازیم. اندازه ضلع مربع کدام می باشد؟

۲(√۳ - ۱) (۴)

√۳ - ۱ (۳)

۲√۳ - ۳ (۲)

√۳ - ۱/۲ (۱)

۲۸ اگر دو چند ضلعی متشابه باشند همواره:

۲ زوایایشان نظیر به نظیر مساوی است.

۱ اضلاعشان نظیر به نظیر مساوی است.

۴ اضلاعشان نظیر به نظیر بر یکدیگر عمودند.

۳ اضلاع نظیرشان موازی است.

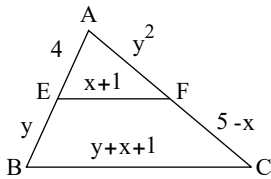
۲۹ در شکل زیر EF موازی BC است. مقدار $y - 2x$ کدام است؟

-۲ (۲)

-۴ (۱)

۴ (۴)

۲ (۳)



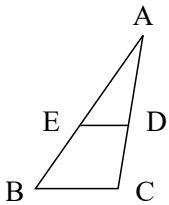
۳۰ در شکل مقابل $\angle B = \angle E$ و $AE = 8$ و $ED = 6$ و $BC = 9$ ، طول BE کدام است؟

۴٫۲ (۲)

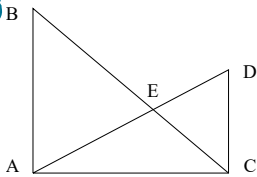
۴ (۱)

۴٫۶ (۴)

۴٫۴ (۳)



۳۱ در شکل مقابل $AB \perp AC$ و $CD \perp AC$ می باشد. کدام دو مثلث متشابه اند؟

۲ ABC و ABE ۱ ABC و ACD ۴ ACE و CDE ۳ ABE و CDE 

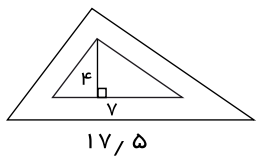
۳۲ نسبت مساحت دو مثلث متشابه $\frac{49}{128}$ است. اگر یک ضلع مثلث کوچکتر ۲۱ سانتی متر باشد ضلع متناظر به این ضلع در مثلث بزرگتر چند سانتی متر است؟

۲۴√۳ (۴)

۲۴√۲ (۳)

۲۱√۳ (۲)

۲۱√۲ (۱)



۳۳ اضلاع مثلث کوچکتر موازی اضلاع مثلث بزرگتر است. مساحت مثلث بزرگتر کدام است؟

۷۸٫۵ (۲)

۷۷٫۵ (۱)

۸۸٫۵ (۴)

۸۷٫۵ (۳)

۳۴ در مثلث ABC ، نقطه E روی ضلع AB و نقطه F روی ضلع AC قرار دارد. در کدام حالت دو مثلث AEF و ABC متشابه اند؟

۲ $AF = 4$ و $EB = 10$ و $FC = 6$ و $AE = 6$ ۱ $AF = 2$ و $EB = 5$ و $FC = 4$ و $AE = 3$ ۴ $AF = 12$ و $EB = 4$ و $FC = 8$ و $AE = 6$ ۳ $AF = 7$ و $EB = 3$ و $FC = 2$ و $AE = 10$

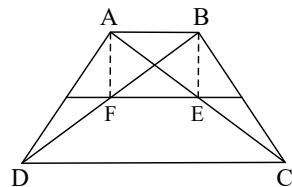
۳۵ در دوزنقه $ABCD$ ، نسبت قاعده ها $\frac{1}{3}$ ، خط واصل به اوساط ساق ها، اقطار دوزنقه را در E و F قطع کرده است. مساحت چهارضلعی $ABEF$ چند برابر مساحت دوزنقه اولیه است؟

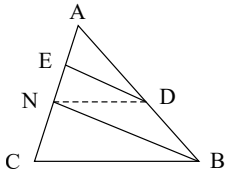
۱/۶ (۲)

۲/۹ (۱)

۱/۴ (۴)

۳/۱۶ (۳)





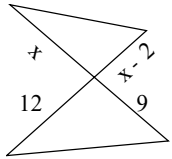
۳۶ در شکل مقابل $DE \parallel BN$ و $DN \parallel BC$ و $AE = 4$ و $EN = 6$ ، اندازه AC کدام است؟

۲۰ (۲)

۱۸ (۱)

۲۵ (۴)

۲۴ (۳)



$\frac{3}{4}$ (۴)

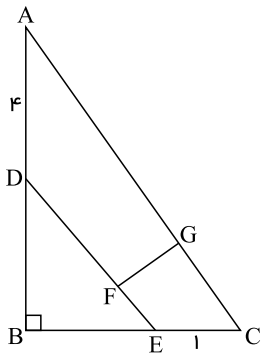
$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{9}{16}$ (۲)

$\frac{4}{9}$ (۱)

۳۷ در شکل مقابل دو مثلث متشابه‌اند. نسبت مساحت آن دو مثلث کدام است؟

۳۸ در شکل زیر، اگر $\frac{AC}{CG} = \frac{DE}{EF}$ باشد، اندازه FG کدام است؟

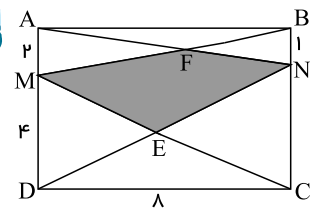


۱٫۷۵ (۴)

۱٫۵ (۳)

۱٫۲۵ (۲)

۱ (۱)



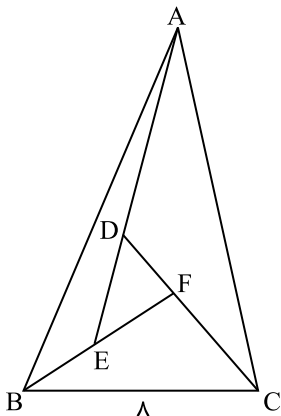
۳۹ مستطیل $ABCD$ مطابق شکل مقابل مفروض است. مساحت چهارضلعی $MENF$ ، کدام است؟

۱۳ (۲)

$\frac{104}{9}$ (۱)

۱۶ (۴)

$\frac{47}{3}$ (۳)



۴۰ در شکل زیر، $\hat{A}BF = \hat{CA}E = \hat{BC}D$ ، $DF = 2٫۵$ و $EF = 3$ است. طول AB کدام است؟

۸٫۶ (۱)

۷٫۵ (۲)

۱۰٫۵ (۳)

۹٫۶ (۴)

۴۱ در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازه دو پاره‌خطی که ارتفاع وارد بر وتر، بر روی وتر ایجاد می‌کند $2٫۵$ و $14٫4$ سانتی‌متر است. طول ارتفاع وارد بر وتر، چند سانتی‌متر است؟

۸ (۴)

۷٫۲ (۳)

۶ (۲)

۴٫۸ (۱)

۴۲ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، ارتفاع AH و میانه AM را رسم می‌کنیم. اگر HB و HC به ترتیب ۴ و ۹ واحد باشند، مساحت مثلث AMH کدام است؟

۷٫۵ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴٫۵ (۱)

۴۳ طول ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم الزاویه ای که دو ضلع زاویه قائمه آن ۵ و ۱۲ سانتی متر است، چند سانتی متر است؟

۴ $\frac{60}{11}$

۳ $\frac{60}{13}$

۲ $\frac{30}{11}$

۱ $\frac{30}{7}$

۴۴ در مستطیلی به طول اضلاع ۳ و ۴ واحد، از هر دو رأس متقابل، عمودی بر قطر دیگر این مستطیل رسم شده است. مساحت متوازی الاضلاع حاصل،

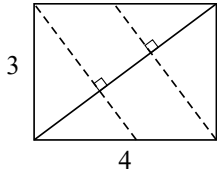
کدام است؟

۱ ۵٫۲۵

۲ ۵٫۷۵

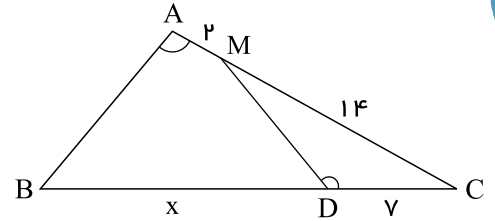
۳ ۶

۴ ۷٫۵



پاسخ نامه تشریحی

$$\left. \begin{matrix} \hat{C} = \hat{C} \\ \hat{D} = \hat{A} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle MDC \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{DC}{AC} = \frac{MC}{BC} \Rightarrow \frac{y}{16} = \frac{14}{y+x} \Rightarrow \frac{1}{16} = \frac{2}{y+x} \Rightarrow y+x=32 \Rightarrow x=25$$

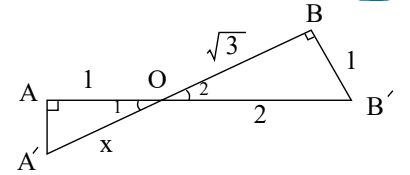


ابتدا توسط فیثاغورس اندازه OB را به دست می آوریم:

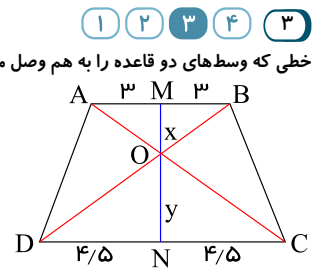
$$OB = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}$$

$$\left. \begin{matrix} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \hat{A} = \hat{B} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle AOA' \sim \triangle OBB'$$

$$\Rightarrow \frac{AA'}{BB'} = \frac{AO}{OB} = \frac{AO}{OB} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$



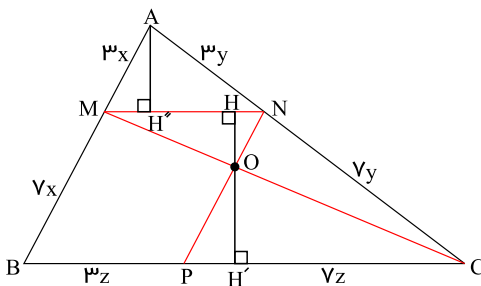
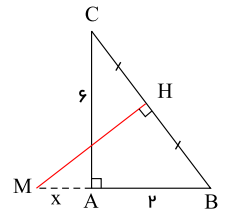
$$\triangle OMB \sim \triangle OND \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{4.5} \xrightarrow[\text{مخرج}]{\text{ترکیب در}} \frac{x}{x+y} = \frac{3}{7.5} \rightarrow x = 4.8$$



$$\text{فیثاغورس: } BC^2 = 36 + 4 \Rightarrow BC = 2\sqrt{10} \Rightarrow BH = CH = \sqrt{10}$$

$$\left. \begin{matrix} \hat{B} = \hat{B} \\ \hat{H} = \hat{A} = 90^\circ \end{matrix} \right\} \xrightarrow[\text{تساوی دو زاویه}]{\triangle} \triangle BMH \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{BH}{AB} = \frac{BM}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{10}}{2} = \frac{x+2}{2\sqrt{10}} \Rightarrow x=8$$

در شکل، دو مثلث ABC و MBH متشابه اند:



$$\triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AH''}{AH'' + HH'} = \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{AH''}{AH'' + 10h} = \frac{3}{10} \Rightarrow 10AH'' = 30h \Rightarrow AH'' = 3h$$

در نتیجه نسبت مساحت های مورد نظر برابر می شود با:

$$\frac{S_{OMN}}{S_{AMN}} = \frac{\frac{1}{2}MN \times OH}{\frac{1}{2}MN \times AH''} = \frac{OH}{AH''} = \frac{3h}{\frac{30}{7}h} = \frac{7}{30} = 23.3\%$$

هر دو مستطیل دلخواه در حالت کلی متشابه نیستند چون ممکن است اضلاع نظیر متناسب نداشته باشند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

دو مثلث DEC ، ADE دارای ارتفاع یکسان از رأس D می باشند. اگر طول ارتفاع رسم شده از D برابر h باشد داریم:

$$\left. \begin{aligned} S_{DEC} &= \frac{EC \cdot h}{2} \\ S_{ADE} &= \frac{AE \cdot h}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{S_{DEC}}{S_{ADE}} = \frac{EC}{AE} = \frac{60}{100} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{8}{5} \quad (I)$$

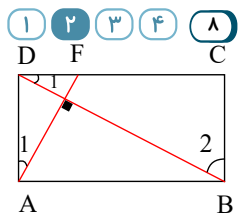
چون $BC \parallel DE$ پس دو مثلث ABC و ADE متشابهند و نسبت تشابه آنها $\frac{5}{8}$ است. بنابراین:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ADE}} = \left(\frac{AC}{AE}\right)^2 = \frac{64}{25} \xrightarrow{\text{تفضیل در صورت}} \frac{S_{BDEC}}{S_{ADE}} = \frac{39}{25} = 1.56$$

دو مثلث قائم الزاویه ADF و DBC با هم متشابه اند، زیرا دو زاویه مساوی دارند.

$$\begin{cases} \angle D = \angle C = 90^\circ \\ \angle D_1 = \angle A_1 \end{cases} \Rightarrow \triangle ADF \sim \triangle DBC$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{DF}{BC} = \frac{AF}{DB} \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{DF}{3AD} = \frac{DF}{\frac{1}{3}AB}$$

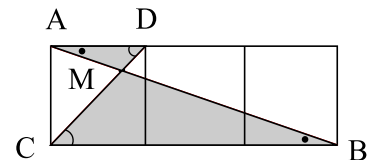


پس $DF = \frac{1}{9}AB$ و $AB = 9DF$ ، بنابراین $DC = 9DF$.

در مثلث قائم الزاویه ABC ، طول وتر AB برابر $\sqrt{1+9} = \sqrt{10}$ است.

$$\left. \begin{aligned} AD \parallel BC &\xrightarrow{\text{مورب}} \hat{A} = \hat{B} \\ AD \parallel BC &\xrightarrow{\text{مورب}} \hat{D} = \hat{C} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(3)} \triangle ADM \sim \triangle BCM \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AD}{BC} \Rightarrow \frac{AM}{\sqrt{10} - AM} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3AM = \sqrt{10} - AM$$

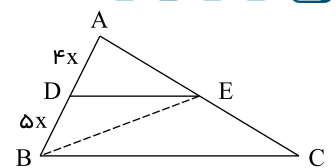
$$4AM = \sqrt{10} \Rightarrow AM = \frac{1}{4}\sqrt{10}$$



می دانیم در دو مثلث با ارتفاع های یکسان نسبت مساحت ها برابر نسبت قاعده هاست. مطابق شکل داریم:

$$\frac{S_{EBC}}{S_{AEB}} = \frac{EC}{AE} = \frac{BD}{AD} = \frac{5}{4}$$

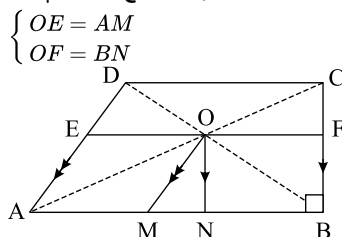
$$\frac{S_{EBD}}{S_{AEB}} = \frac{BD}{AB} = \frac{5}{9}$$



دو رابطه فوق را بر هم تقسیم می کنیم:

$$\frac{\frac{S_{EBC}}{S_{AEB}}}{\frac{S_{EBD}}{S_{AEB}}} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{5}{9}} \Rightarrow \frac{S_{EBC}}{S_{EBD}} = \frac{9}{4} = 2.25$$

از نقطه O خطی موازی قاعده ها رسم می کنیم تا ساق ها را در E و F قطع کنند. هریک از چهارضلعی های $AMOE$ و $ONBF$ متوازی الاضلاع اند و داریم:



در مثلث های DAB و CAB داریم:

$$\triangle DAB : OE \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{OE}{AB} = \frac{DE}{DA} \quad (1)$$

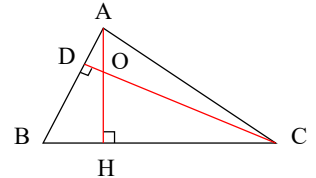
$$\triangle CAB : OF \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{OF}{AB} = \frac{CF}{CB} \quad (2)$$

طبق قضیه تالس در دوزنقه $ABCD$ داریم $\frac{DE}{DA} = \frac{CF}{CB}$ پس:

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{OE}{AB} = \frac{OF}{AB} \Rightarrow OE = OF \Rightarrow AM = BN \Rightarrow \frac{AM}{BN} = 1$$

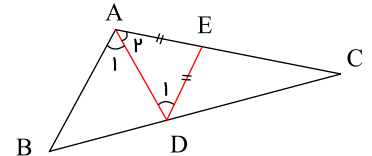
دو مثلث قائم الزاویه AOD و HOC دو زاویه مساوی دارند پس متشابه اند و داریم:

$$\triangle ADO \sim \triangle HOC \Rightarrow \frac{OH}{OD} = \frac{HC}{AD} = \frac{OC}{OA} \Rightarrow \frac{36}{12} = \frac{HC}{12} \Rightarrow HC = 5 \times 36 = 180$$



بنابر قضیه ی خطوط موازی و مورب نتیجه می گیریم $\hat{D}_1 = \hat{A}_1$ چون AD نیمساز است پس $DE = AE$ و داریم:

$$\triangle ABC = 3AC = 60 \Rightarrow \begin{cases} AC = 20 \\ AB = 12 \end{cases}$$



$$DE \parallel AB \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{DE}{AB} = \frac{EC}{AC}$$

$$\frac{DE}{12} = \frac{EC}{20} \xrightarrow{DE=AE} \frac{AE}{12} = \frac{EC}{20}$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{12}{20} \xrightarrow{\text{ترکیب در صورت}} \frac{AC}{EC} = \frac{32}{20} \Rightarrow \frac{20}{EC} = \frac{32}{20} \Rightarrow EC = 12,5$$

طول وتر AC در مثلث قائم الزاویه ABC به کمک رابطه فیثاغورس به دست می آید:

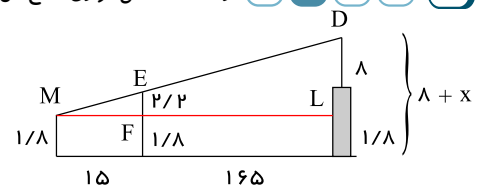
$$AC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$BH \times AC = AB \times BC \Rightarrow 5h = 3 \times 4 \Rightarrow h = \frac{12}{5}$$

$$\triangle BHC : BH^2 = BH' \times BC \Rightarrow \left(\frac{12}{5}\right)^2 = 4x \Rightarrow x = \frac{36}{25} = 1,44$$

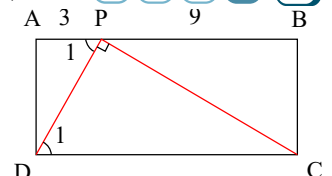
از طرفی طبق روابط طولی داریم:

$$EF \parallel DL \Rightarrow \frac{EF}{DL} = \frac{MF}{ML} \Rightarrow \frac{2,2}{1,8 + x - 1,8} = \frac{15}{1,8} = \frac{1}{12} \Rightarrow x = 20,2 \text{ (طول برج)}$$



دو زاویه P_1, D_1 بنابر قضیه خطوط موازی و مورب مساویند پس دو مثلث قائم الزاویه ADP , PDC متشابه اند و داریم:

$$\triangle APD \sim \triangle DPC \Rightarrow \frac{DP}{DC} = \frac{AP}{DP} \Rightarrow DP^2 = AP \cdot DC = 3 \times 12 = 36 \Rightarrow PD = 6$$



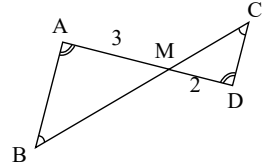
۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

می‌دانیم در دو مثلث متشابه نسبت محیطها با نسبت اضلاع برابر است. در اینجا محیط مثلث دوم برابر $۱۲ = ۳ + ۴ + ۵$ است، پس محیط مثلث اول $۱۲ \times \frac{۳}{۵} = ۷,۲$ یا $۱۲ \times \frac{۳}{۴} = ۹$ است. پس بزرگترین اندازه محیط ۹ خواهد بود و در حالت $۱۲ \times \frac{۳}{۳} = ۱۲$ ، دو مثلث برهم منطبق می‌شوند که قابل قبول نیست.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

$$AB \parallel CD \Rightarrow \triangle ABM \sim \triangle MCD \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{AM}{MD} = \frac{BM}{MC} = \frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{MCD}}{S_{AMB}} = \left(\frac{۲}{۳}\right)^2 = \frac{۴}{۹}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹ در دو مثلث متشابه نسبت محیطها برابر نسبت اضلاع نظیر است. طبق فرض داریم:

$$\text{محیط مثلث اول} = ۷ + ۵ + ۱۱ = ۲۳$$

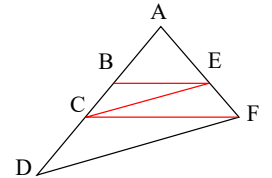
$$\frac{\text{محیط مثلث اول}}{\text{محیط مثلث دوم}} = \frac{a}{a'} \Rightarrow \frac{۲۳}{۲۲,۵} = \frac{۵}{a'}$$

$$\Rightarrow \text{محیط مثلث دوم} = ۱۰۳,۵$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰ طبق تمرین کتاب درسی و از نتایج قضیه تالس، طول پاره خط AC در شکل سوال برابر با واسطه هندسی بین دو پاره خط AB و AD است. داریم:

$$AC^2 = AB \times AD \Rightarrow ۸^2 = ۵AD \Rightarrow AD = \frac{۶۴}{۵}$$

$$CD = AD - AC = \frac{۶۴}{۵} - ۸ = \frac{۲۴}{۵} = ۴,۸$$

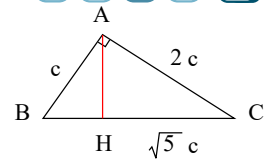


۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

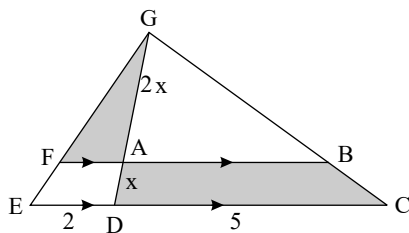
اضلاع دو مثلث متشابه، متناسب‌اند، پس:

$$\frac{۳}{۵} = \frac{۵}{x} = \frac{y}{۳} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{۲۵}{۳} \\ y = \frac{۳۵}{۳} \end{cases} \Rightarrow x + y = \frac{۲۵ + ۳۵}{۳} = ۲۰$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲ بنابر قضیه فیثاغورس نتیجه می‌شود $BC = \sqrt{۵}c$. مطابق شکل داریم:



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳ با توجه به فرض و شکل داریم:



$$\frac{DG}{DA} = ۳ \Rightarrow DG = ۳x, DA = x$$

$$GA = DG - DA = ۳x - x = ۲x$$

$$\frac{S_{\triangle GED}}{S_{\triangle GDC}} = \frac{ED}{DC} = \frac{۲}{۵} \rightarrow S_{\triangle GED} = ۲S, S_{\triangle GDC} = ۵S$$

$$AF \parallel ED \xrightarrow{\text{قضیه اسانی تشابه مثلثها}} \triangle AFG \sim \triangle GED \rightarrow \frac{S_{\triangle AFG}}{S_{\triangle GED}} = \left(\frac{GA}{GD}\right)^2 = \left(\frac{۲x}{۳x}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle AFG}}{۲S} = \frac{۴}{۹} \Rightarrow S_{\triangle AFG} = \frac{۸}{۹}S$$

$$AB \parallel DC \xrightarrow{\text{قضیه اسانی تشابه مثلثها}} \triangle AGB \sim \triangle GDC \rightarrow \frac{S_{\triangle AGB}}{S_{\triangle GDC}} = \left(\frac{GA}{GD}\right)^2 = \left(\frac{۲x}{۳x}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle AGB}}{\Delta S} = \frac{4}{9} \Rightarrow S_{\triangle AGB} = \frac{20}{9} S$$

$$S_{ABCD} = S_{\triangle GDC} - S_{\triangle AGB} = \Delta S - \frac{20}{9} S = \frac{45 - 20}{9} S = \frac{25}{9} S$$

$$\Rightarrow \frac{S_{AFG}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{9} S}{\frac{25}{9} S} = \frac{1}{25} \times \frac{4}{9} = 32\%$$

۲۴ اگر c واسطه‌ی هندسی بین دو عدد a, b باشد خواهیم داشت:

$$c = \sqrt{ab} = \sqrt{2^2 \times 5 \times 7^2 \times 2 \times 5^2 \times 11^2} = \sqrt{2^4 \times 7^2 \times 5^4 \times 11^2} \Rightarrow c = 2^2 \times 7 \times 5^2 \times 11 = 7700$$

۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴

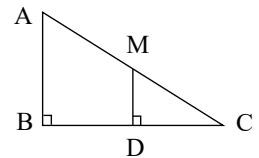
می‌دانیم در دو مثلث متشابه، نسبت تشابه و نسبت محیط‌ها برابر نسبت تشابه و نسبت مساحت‌ها برابر مجذور نسبت تشابه است. داریم:

$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{15}{8}\right)^2 \Rightarrow \frac{25}{S'} = \left(\frac{15}{8}\right)^2 \Rightarrow S' = \frac{64}{9} = 7\frac{1}{9}$$

۲۶ ۱ ۲ ۳ ۴

$$MD \perp BC \Rightarrow MD \parallel AB \Rightarrow \triangle MCD \sim \triangle ABC$$

با توجه به شکل داریم:

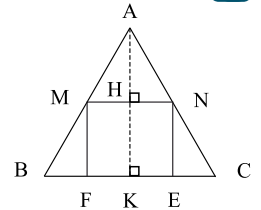


نسبت تشابه $k = 2$ است، پس:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{MDC}} = \left(\frac{2}{1}\right)^2 = 4$$

۲۷ مطابق شکل ارتفاع AK را رسم می‌کنیم، داریم:

$$MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AH}{AK}$$



اگر طول ضلع مربع را x فرض کنیم با توجه به اینکه در مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a طول ارتفاع $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ است داریم:

$$\frac{MN}{BC} = \frac{AH}{AK} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{AK - HK}{AK} \Rightarrow x = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} - x}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} x = \frac{\sqrt{3}}{2} - x \Rightarrow x(\sqrt{3} + 2) = \sqrt{3}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = 2\sqrt{3} - 3$$

۲۸ با توجه به تعریف تشابه، دو چند ضلعی را متشابه گوئیم وقتی زوایای نظیر مساوی داشته باشند و اضلاع نظیر به نظیر متناسب داشته باشند پس گزینه ۲ درست است.

۲۹ از قضیه تالس کمک می‌گیریم:

$$EF \parallel BC \xrightarrow{\text{جزء به کل}} \frac{4}{4+y} = \frac{x+1}{y+x+1} = \frac{y^2}{y^2+5-x}$$

تناسب اول را حل می‌کنیم:

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 4y + 4x + 4 = 4x + 4 + xy + y \Rightarrow 3y = xy \Rightarrow x = 3$$

برای ساده‌تر بودن محاسبات از تالس جزء به جزء استفاده می‌کنیم:

$$\Rightarrow \frac{4}{y} = \frac{y^2}{5-x} \xrightarrow{x=3} 4 = y^3 \Rightarrow y = 2$$

$$\text{بنابراین: } y - 2x = 2 - 2(3) = -4$$

۳۰ از برابری $\widehat{B} = \widehat{E}$ و طبق قضیه خطوط موازی و مورب نتیجه می گیریم که $ED \parallel BC$ لذا طبق قضیه تالس داریم:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{ED}{BC} \Rightarrow \frac{8}{AB} = \frac{6}{9} \Rightarrow AB = 12 \Rightarrow BE = AB - AE = 12 - 8 = 4$$

۳۱ و: AB هر دو بر AC عمودند و می دانیم دو خط عمود بر یک خط موازی. پس $CD \parallel AB$

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel CD \xrightarrow{\text{مورب } AD} \hat{A} = \hat{D} \\ \hat{E}_1 = \hat{E}_1 \text{ متقابل به رأس} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ز}} \triangle EDC \sim \triangle EAB$$

۳۲ ۱ ۲ ۳ ۴

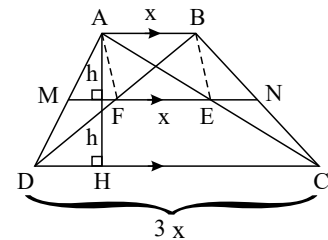
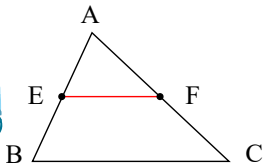
می دانیم نسبت مساحت دو مثلث متشابه برابر مجذور نسبت تشابه است. در نتیجه با توجه به فرض داریم:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{49}{128} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \sqrt{\frac{49}{128}} = \frac{7}{8\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{21}{a_2} = \frac{7}{8\sqrt{2}} \Rightarrow a_2 = 24\sqrt{2}$$

۳۳ اضلاع دو مثلث نظیر به نظیر موازی پس دو مثلث متشابهند، بنابراین:

$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{7}{17.5}\right)^2 \Rightarrow \frac{4 \times 7}{2} = \frac{\left(\frac{7}{3.5}\right)^2}{2} \Rightarrow S' = \frac{25}{4} \times 14 = \frac{175}{2} = 87.5$$

۳۴ برای اینکه AEF و ABC متشابه باشند باید تناسب $\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$ برقرار باشد. در گزینه ۴ تناسب $\frac{6}{4} = \frac{12}{8}$ برقرار است ولی در مورد بقیه این تناسب برقرار نیست.



۳۵ با توجه به فرض، $AB = x$ و $CD = 3x$ را در نظر می گیریم. طول پاره خط EF برابر می شود با:

$$EF = \frac{CD - AB}{2} = \frac{3x - x}{2} = x$$

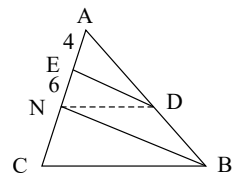
در چهارضلعی $ABEF$ ، دو ضلع AB و EF موازی و مساوی یکدیگرند، پس این چهارضلعی متوازی الاضلاع است. پاره خط MN ، ارتفاع AH را نصف می کند. با توجه به شکل داریم:

$$\frac{S_{ABEF}}{S_{ABCD}} = \frac{x \times h}{\frac{1}{2}(2h)(x + 3x)} = \frac{1}{4}$$

۳۶ ۱ ۲ ۳ ۴

طبق تمرین کتاب درسی، پاره خط AN واسطه هندسی بین دو پاره خط AE و AC است. داریم:

$$AN^2 = AE \cdot AC \Rightarrow 10^2 = 4 \times AC \Rightarrow AC = 25$$

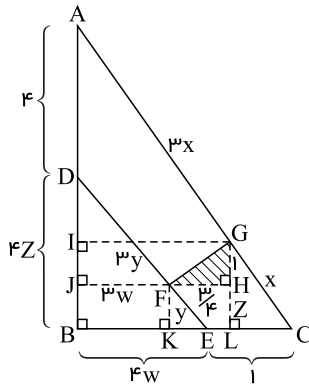


۳۷ ۱ ۲ ۳ ۴

می دانیم در دو مثلث متشابه اضلاع متناسبند، پس:

$$\frac{9}{x-2} = \frac{12}{x} \Rightarrow 9x = 12x - 24 \Rightarrow x = 8$$

$$k = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \Rightarrow \text{نسبت مساحت} = k^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$



۳۸ از نقاط F و G خطوطی موازی ضلع BC رسم می‌کنیم تا ضلع AB را به ترتیب در J و I و نیز خطوطی موازی ضلع AB رسم می‌کنیم تا ضلع BC را در K و L قطع کنند. در ادامه داریم:

$$\frac{AC}{CG} = \frac{DE}{EF} = 4 \rightarrow \begin{cases} AC = 4x, CG = x, AG = 3x \\ DE = 4y, EF = y, DF = 3y \end{cases}$$

$$\triangle BDE : FK \parallel BD \rightarrow \frac{FK}{DB} = \frac{EF}{ED} = \frac{y}{4y} = \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow FK = Z, DB = 4Z$$

$$\triangle FHLH \rightarrow HL = FK = Z$$

$$\triangle ABC : GL \parallel AB \rightarrow \frac{CG}{CA} = \frac{GL}{AB} \rightarrow \frac{x}{4x} = \frac{GL}{4x} \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{GL}{4x} \rightarrow GL = x$$

$$\rightarrow GH = 1$$

$$\triangle BDE : JF \parallel BE \rightarrow \frac{JF}{BE} = \frac{DF}{DE} = \frac{3y}{4y} = \frac{3}{4} \rightarrow JF = 3W, BE = 4W$$

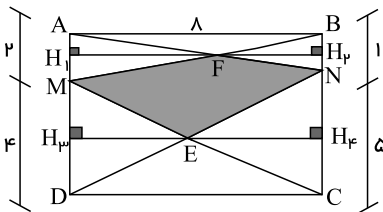
$$\triangle ABC : IG \parallel BC \rightarrow \frac{AG}{AC} = \frac{IG}{BC} \rightarrow \frac{3x}{4x} = \frac{IG}{4W+1} \rightarrow IG = \frac{3}{4}(4W+1) = 3W + \frac{3}{4}$$

$$\triangle IGHJ \rightarrow IG = JH \rightarrow 3W + \frac{3}{4} = 3W + FH \rightarrow FH = \frac{3}{4}$$

$$FGH = FG^2 = GH^2 + FH^2 = 1^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 1 + \frac{9}{16} = \frac{25}{16} \rightarrow FG = \frac{5}{4} = 1,25$$

۳۹ ۱ ۲ ۳ ۴

مطابق شکل داریم:



$$AM \parallel BN \Rightarrow \triangle AFM \sim \triangle BFN \Rightarrow \text{نسبت تشابه} = \text{نسبت ارتفاع‌های نظیر} \Rightarrow \frac{FH_1}{FH_2} = \frac{AM}{BN} \Rightarrow \frac{FH_1}{8 - FH_1} = \frac{2}{1}$$

$$\Rightarrow FH_1 = 16 - 2FH_1 \Rightarrow 3FH_1 = 16 \Rightarrow FH_1 = \frac{16}{3}$$

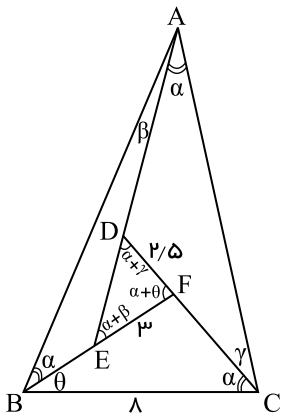
$$MD \parallel NC \Rightarrow \triangle MED \sim \triangle CEN \Rightarrow \text{نسبت تشابه} = \text{نسبت ارتفاع‌های نظیر} \Rightarrow \frac{EH_2}{EH_1} = \frac{MD}{CN} \Rightarrow \frac{EH_2}{8 - EH_2} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow 5EH_2 = 32 - 4EH_2 \Rightarrow 9EH_2 = 32 \Rightarrow EH_2 = \frac{32}{9}$$

$$S_{MFNE} = S_{\triangle AND} - S_{\triangle AFM} - S_{\triangle MED} = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 - \frac{1}{2} \times \frac{16}{3} \times 2 - \frac{1}{2} \times \frac{32}{9} \times 4 = \frac{104}{9}$$

۴۰ ۱ ۲ ۳ ۴

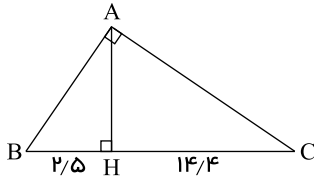
$$\triangle ABC \sim \triangle DEF \text{ (نژ)} \rightarrow \frac{DF}{BC} = \frac{DE}{AC} = \frac{EF}{AB} \rightarrow \frac{2,5}{8} = \frac{3}{AB} \rightarrow AB = \frac{24}{2,5} = 9,6$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۴۱

به کمک رابطه طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$AH^2 = BH \times HC = 2,5 \times 14,4 \rightarrow AH = \sqrt{2,5 \times 14,4} = \frac{5 \times 12}{10} = 6$$



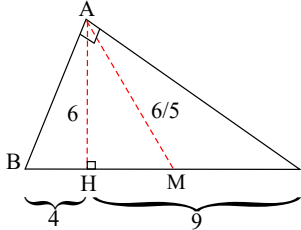
۱ ۲ ۳ ۴ ۴۲

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه می‌دانیم که مربع ارتفاع وارد بر وتر برابر است با حاصل ضرب ۲ قطعه‌ای است که روی وتر ایجاد می‌کند. پس:

$$AH^2 = BH \times HC \Rightarrow AH^2 = 4 \times 9 = 36 \Rightarrow AH = 6$$

و میانه وارد بر وتر نصف وتر است پس $AM = \frac{13}{2}$. داریم:

$$HM = \sqrt{\left(\frac{13}{2}\right)^2 - 6^2} = \frac{5}{2} = 2,5 \Rightarrow S_{AHM} = \frac{\frac{5}{2} \times 6}{2} = \frac{15}{2} = 7,5$$

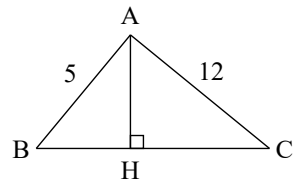


۱ ۲ ۳ ۴ ۴۳ به کمک قضیه فیثاغورس، طول وتر a را به دست می‌آوریم:

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

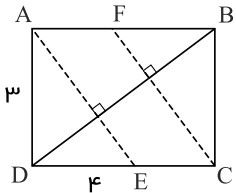
$$a = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

$$b \times c = a \times h_a \Rightarrow 5 \times 12 = 13 \times h_a \Rightarrow h_a = \frac{60}{13}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۴۴

مطابق شکل، مساحت متوازی‌الاضلاع موردنظر برابر $S = AD \times EC$ است؛ پس کافیت اندازه EC را بیابیم.



$$\begin{cases} \hat{A}_1 + \hat{D}_1 = 90^\circ \\ \hat{B}_1 + \hat{D}_1 = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1$$

دو مثلث قائم‌الزاویه ABD و ADE به حالت تساوی زاویه‌ها باهم متشابه‌اند:

$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{D} = 90^\circ \\ \hat{A}_1 = \hat{B}_1 \end{cases} \xrightarrow{\text{زاویه}} \triangle ABD \sim \triangle ADE \Rightarrow \frac{AD}{DE} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow \frac{3}{DE} = \frac{4}{3} \Rightarrow DE = \frac{9}{4} = 2,25$$

در نتیجه $CE = 4 - 2,25 = 1,75$ داریم:

$$S_{AECF} = AD \times CE = 3 \times 1,75 = 5,25$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴

۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴

۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴

۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴